

# UNIVERSIDAD DE CÁDIZ



**Máster Universitario en Profesorado de Educación  
Secundaria Obligatoria y Bachillerato,  
Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas**

**Especialidad en Matemáticas**

**TRABAJO FIN DE MÁSTER**

**ENSEÑAR GEOMETRÍA: “¡ASÍ NO HAY FORMA!”**

**Víctor Maquilón Yelo**

Tutores: Dr. D. José María Cardeñoso y Dr. D. José Carlos Piñero

Facultad de Ciencias de la Educación

Puerto Real. Convocatoria de junio de 2021

A ti, gracias siempre, dondequiera que estés.

**38° 09' 40" N**

**1° 21' 06" O**

## RESUMEN

---

Actualmente, la innovación en la enseñanza de las matemáticas y la enseñanza de la geometría requiere, que la metodología sea revisada para atender a unas necesidades anteriormente inexistentes, debido a la situación pandémica actual. En este trabajo, dedicado al curso de 1º de E.S.O., se lleva a cabo una propuesta de mejora de una Unidad Didáctica de geometría, donde se pretende conectar lo abstracto de la geometría con la vida real. A través del estudio de las dificultades y errores de aprendizaje, del aprendizaje activo, de la manipulación digital de los objetos geométricos y de la posterior aplicación en la vida real (en conexión con los orígenes histórico-epistemológicos de la geometría), se pretende influir positivamente en el avance del razonamiento geométrico propuesto por el Dina y Pierre Van Hiele.

**Palabras clave:** Matemáticas, geometría, educación matemática realista, aprendizaje activo, dificultades de aprendizaje, manipulación digital.

## ABSTRACT

---

Nowadays, Educational innovation in the area of mathematics and geometry requires the methodologies to be reviewed in order to understand previously non-existent needs due to the current pandemic. In this work, dedicated to the students of the first level of Secondary School, a proposal to improve a Geometrical Didactic Unit is carried out, where it is intended to connect the geometric abstraction with real life. Through the study of learning difficulties and mistakes, active learning, digital manipulation of geometrical objects and the subsequent application in real life (in connection with the historical-epistemological origins of geometry), it is intended to interfere positively in the improvement of the geometrical reasoning proposed by Dina and Pierre Van Hiele.

**Keywords:** Mathematics, geometry, Realistic Mathematics Education, active learning, learning difficulties, digital manipulation.

## ZUSAMMENFASSUNG

---

Zurzeit die Innovation im Mathematik- und Geometrieunterricht in der gegenwärtigen Pandemiesituation, erfordern dass die Methodologie überarbeitet werden muss, um die zuvor nicht bestehenden Anforderungen gerecht zu werden. In dieser Abschlussarbeit, fokussiert in dem Studenten vom ersten Jahr der Sekundarstufe, wird ein Vorschlag zur Verbesserung einer geometrisch-Unterrichtseinheit ausgeführt, in der die Zusammenfassung der Geometrie mit dem wirklichen Leben verbunden werden soll. Die von Dina und Pierre Van Hiele Niveaustufen des geometrischen Denkens sollen, durch die Erforschung von Lernschwierigkeiten und -fehlern, aktives Lernen, digitale Manipulation der geometrischer Objekte, und die anschließende Anwendung in der Wirklichkeit (in Verbindung mit den historisch-epistemologischen Herkünften der Geometrie), sollen verbessert werden.

**Schlüsselwörter:** Mathematik, Geometrie, Realistischen Mathematik, aktives Lernen, Lernschwierigkeiten, digitale Manipulation

# ÍNDICE

---

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1 JUSTIFICACIÓN DE LA PROPUESTA .....	3
<b>2. REFERENTES TEÓRICOS .....</b>	<b>3</b>
2.1 EPISTEMOLOGÍA DE LA GEOMETRÍA. EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA. ....	6
2.2 APRENDER MATEMÁTICAS. APRENDER GEOMETRÍA. ....	8
2.2.1 ¿Quién aprende geometría? .....	9
2.2.2 ¿Qué se aprende en cada periodo del modelo de Van Hiele? .....	10
2.2.3 ¿Qué significa aprender geometría? .....	11
2.2.4 Obstáculos propios del aprendizaje de la geometría. ....	13
2.2.5 Errores en el aprendizaje de la geometría. ....	14
2.3 ENSEÑAR MATEMÁTICAS. ENSEÑAR GEOMETRÍA. ....	20
2.3.1 Aula-taller. Materiales de aprendizaje. ....	25
2.3.2 Actividades manipulativas. ....	29
2.3.3 Conexión mano-inteligencia. ....	30
2.3.4 Tecnologías de la información y la comunicación. Adaptación digital. ....	32
2.3.5 Agrupamientos. Trabajo cooperativo. Atención a la diversidad. ....	36
2.3.6 La evaluación .....	42
2.3.7 Mapas conceptuales .....	44
<b>3. VALORACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA .....</b>	<b>45</b>
<b>4. PROPUESTA INNOVADORA .....</b>	<b>47</b>
4.1 JUSTIFICACIÓN .....	47
4.2 PLANIFICACIÓN DE LA ENSEÑANZA .....	48
4.2.1 Competencias a desarrollar en la propuesta. ....	49
4.2.2 Objetivos de la propuesta .....	51
4.2.3 Contenidos a desarrollar en la propuesta. ....	52
4.2.4 Sistema de evaluación .....	53
4.2.5 Criterios de evaluación .....	55
4.3 METODOLOGÍA .....	57
4.4 DESARROLLO DE LA PROPUESTA. SECUENCIACIÓN .....	58
4.4.1 Bloque inicial. Conocimientos previos .....	58
4.4.2 Bloque intermedio. Actividades. ....	59
4.4.3 Bloque final. Reflexión .....	64
<b>5. CONCLUSIONES E IMPLICACIONES EDUCATIVAS .....</b>	<b>67</b>
5.1 ANÁLISIS CRÍTICO DE LA PROPUESTA INNOVADORA .....	67
5.2 ANÁLISIS DE POSIBLES MEJORES DE LA PROPUESTA INNOVADORA ...	69



5.3	NECESIDADES DE FORMACIÓN DOCENTE .....	69
<b>6.</b>	<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>70</b>
<b>7.</b>	<b>ANEXOS.....</b>	<b>77</b>
	ANEXO I: UNIDAD DIDÁCTICA ORIGINAL.....	77
	ANEXO II: EXTRACTO DEL DIARIO DE PRÁCTICAS.....	139
	ANEXO III: NIVELES Y HABILIDADES GEOMÉTRICAS .....	140
	ANEXO IV: VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LOS DISTINTOS TIPOS DE AGRUPACIONES.....	141
	ANEXO V: NIVEL COMPETENCIAL DEL ALUMNADO.....	143
	ANEXO VI: OBJETIVOS, COMPETENCIAS CLAVE, COMPETENCIAS DE NISS Y CONTENIDO EN CADA ELEMENTOS DE LA UD .....	144
	ANEXO VIII: DESCRIPCIÓN Y CLASIFICACIÓN DE LAS HERRAMIENTAS DE EVALUACIÓN.....	152
	ANEXO IX: RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO INDIVIDUAL Y GRUPAL EN EL DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES .....	157
	ANEXO X: RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DEL PORTFOLIO DIGITAL .....	158
	ANEXO XI: RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DE LA TAREA “RENUEVA TU PATIO”.....	162
	ANEXO XII: LISTA DE CONTROL PARA LA EVALUACIÓN DEL MAPA CONCEPTUAL .....	165
	ANEXO XIII: LISTA DE CONTROL PARA LA EVALUACIÓN CONTINUA DEL PORTFOLIO DIGITAL.....	166
	ANEXO XIV: DIANA DE AUTOEVALUACIÓN .....	167
	ANEXO XV: LISTA DE CONTROL PARA LA AUTOEVALUACIÓN DOCENTE .....	168
	ANEXO XVI: CUESTIONARIO PARA LA EVALUACIÓN DOCENTE .....	169
	ANEXO XVII: CUESTIONARIO QUIZZZ .....	171
	ANEXO XVIII: CAJA DE SORPRESAS DIGITAL.....	176
	ANEXO XIX: TANGRAM DIGITAL .....	202
	ANEXO XX: MANDALA .....	204
	ANEXO XXI: CONCURSO DE FOTOGRAFÍA .....	206



## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1	Relación entre los modelos de enseñanza y los estilos de aprendizaje. Elaboración propia basado en Barrantes (2003), y Honey y Mumford (1982) .....	10
Figura 2	Errores en las representaciones planas de objetos. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57) .....	16
Figura 3	Errores en las representaciones de objetos tridimensionales. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57) .....	16
Figura 4	Errores en los ángulos. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p, 57) .....	16
Figura 5	Errores sobre el paralelismo y la perpendicularidad, (Representación estándar). Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p.57) .....	16
Figura 6	Errores sobre el paralelismo y la perpendicularidad, (Representación no estándar). Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p.57) .....	16
Figura 7	Errores en la representación de los prismas. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57) .....	17
Figura 8	Errores en el triángulo isósceles. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57) .....	17
Figura 9	Errores en alturas, medianas, mediatrices y bisectrices. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57) .....	17
Figura 10	Errores en la definición de altura del triángulo. Fuente: Barrantes y Zapata (20089, p. 57) .....	19
Figura 11	Clasificación por partición. Triángulos. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 66) .....	19
Figura 12	Clasificación por partición. Triángulos. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 66) .....	19
Figura 13	Clasificación por partición. Cuadriláteros. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 68) .....	20
Figura 14	Clasificación por inclusión. Cuadriláteros. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 68) .....	20
Figura 15	Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010, p.14) .....	22
Figura 16	Diagrama cíclico del modelo de Van Hiele (Elaboración propia) .....	24

Figura 17	Análisis de los elementos qque componen el análisis didáctico (Gómez, 2006, p.12) .....	25
Figura 18	Secuencia organizativa de las actividades en el aula-taller (Elaboración propia).....	26
Figura 19	Ciclo de descontextualización y recontextualización del conocimiento en conexión con la relación docente/alumno (basado en Piñero, 2020, p. 304).....	29
Figura 20	Los componentes esenciales del aprendizaje cooperativo (elaboración propia, basado en Johnson et al., 1999, p. 9) .....	39
Figura 21	Agrupamientos “homogéneos” como subgrupos de un grupo heterogéneo (elaboración propia) .....	42
Figura 22	Diana de autoevaluación. (Elaboración propia) .....	167
Figura 23	Capturas de pantalla a modo de ejemplo sobre el cuestionario para la evaluación docente a través de la plataforma Quizizz .....	170
Figura 24	Cuestionario Quizizz. Visión del docente. ....	171
Figura 25	Cuestionario Quizizz. Transcurso de la actividad. Visión del docente. ....	171
Figura 26	Cuestionario Quizizz. Finalización de la prueba. Visión del docente. ....	172
Figura 27	Cuestionario Quizizz. Resultados finales. Visión del docente. ....	172
Figura 28	Cuestionario Quizizz. Posibilidad de exportar a otros programas.....	172
Figura 29	Preguntas 1-4. Versión alumnado.....	173
Figura 30	Preguntas 5-8. Versión alumnado.....	174
Figura 31	Preguntas 9-10. Versión alumnado.....	175
Figura 32	Pantalla resumen. Versión alumnado .....	175
Figura 33	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	176
Figura 34	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	176
Figura 35	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	177
Figura 36	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	177
Figura 37	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	178
Figura 38	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	178
Figura 39	Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado.....	179
Figura 40	Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado.....	179
Figura 41	Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado.....	179
Figura 42	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	180
Figura 43	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	180
Figura 44	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	181

Figura 45	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	181
Figura 46	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	182
Figura 47	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	182
Figura 48	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	183
Figura 49	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	183
Figura 50	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	184
Figura 51	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	184
Figura 52	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	185
Figura 53	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	185
Figura 54	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	186
Figura 55	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	186
Figura 56	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	187
Figura 57	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	187
Figura 58	Tarjeta de la caja de sorpresas A. Vídeo corto .....	188
Figura 59	Tarjeta de la caja de sorpresas B. Vídeo corto .....	188
Figura 60	Tarjeta de la caja de sorpresas B. Vídeo corto .....	188
Figura 61	Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado.....	189
Figura 62	Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado.....	189
Figura 63	Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado.....	189
Figura 64	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	190
Figura 65	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	190
Figura 66	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	191
Figura 67	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	191
Figura 68	Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado.....	192
Figura 69	Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado.....	192
Figura 70	Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado.....	192
Figura 71	Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado.....	193
Figura 72	Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado.....	193
Figura 73	Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado.....	193
Figura 74	Tarjeta de la caja de sorpresas A. Vídeo corto .....	194
Figura 75	Tarjeta de la caja de sorpresas A. Vídeo corto .....	194
Figura 76	Tarjeta de la caja de sorpresas B. Vídeo corto .....	194
Figura 77	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	195
Figura 78	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	195
Figura 79	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	196
Figura 80	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	196
Figura 81	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	197

Figura 82	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	197
Figura 83	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	198
Figura 84	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	198
Figura 85	Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado.....	199
Figura 86	Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado.....	199
Figura 87	Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado.....	199
Figura 88	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	200
Figura 89	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	200
Figura 90	Tarjeta de la caja de sorpresas A .....	201
Figura 91	Tarjeta de la caja de sorpresas B .....	201
Figura 92	Captura de pantalla de la app GeoGebra (1/3) – Tarea “Tangram digital” .....	202
Figura 93	Captura de pantalla de la app GeoGebra (2/3) – Tarea “Tangram digital” .....	202
Figura 94	Captura de pantalla de la app GeoGebra (3/3) – Tarea “Tangram digital” .....	203
Figura 95	Captura de pantalla de la app GeoGebra (1/4) – Tarea Mandala.....	204
Figura 96	Captura de pantalla de la app GeoGebra (2/4) – Tarea Mandala.....	204
Figura 97	Captura de pantalla de la app GeoGebra (3/4) – Tarea Mandala.....	205
Figura 98	Captura de pantalla de la app GeoGebra (4/4) – Tarea Mandala.....	205
Figura 99	Capturas de pantalla del formulario de Quizizz para la votación del concurso.....	207
Figura 100	Ejemplos de diseños de camisetas con motivos geométricos .....	208
Figura 101	Espacio de trabajo preestablecido en GeoGebra .....	209
Figura 102	Ejemplo de un posible diseño a realizar por el alumnado (1/2) .....	210
Figura 103	Ejemplo de un posible diseño a realizar por el alumnado (2/2) .....	210

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1	Competencias clave.....	49
Tabla 2	Competencias de Niss .....	50
Tabla 3	Objetivos específicos .....	51
Tabla 4	Contenidos mínimos .....	52
Tabla 5	Contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.....	52
Tabla 6	relación entre habilidades geométricas propuestas por Hoffer y niveles de desarrollo propios del modelo de Van Hiele .....	140
Tabla 7	Agrupamientos homogéneos y heterogéneos. Ventajas e inconvenientes .....	141
Tabla 8	Ventajas e inconvenientes de los tipos de agrupamiento según su tamaño .....	142
Tabla 9	Nivel competencial del alumnado al final de la UD .....	143
Tabla 10	Objetivos de etapa a lo largo de la Educación Secundaria Obligatoria, recogidos en el Real Decreto 1105/2014 del 26 de diciembre.....	144
Tabla 11	Objetivos propios de la materia de matemáticas. Orden del 14 de julio de 2016.....	146
Tabla 12	Descripción de las Competencias de Niss.....	148
Tabla 13	Resumen de Competencias clave y Subcompetencias de Niss en cada una de las actividades propuestas .....	150
Tabla 14	Tipos de herramientas de evaluación .....	152
Tabla 15	Herramientas de evaluación del alumnado. Clasificación.....	153
Tabla 16	Herramientas de evaluación del profesorado. Clasificación .....	156
Tabla 17	Rúbrica para la evaluación del desempeño individual y grupal durante las actividades .....	157
Tabla 18	Rúbrica para la evaluación del Portfolio digital .....	159
Tabla 19	Rúbrica para la evaluación de la tarea “Renueva tu patio” .....	162
Tabla 20	Lista de control para la evaluación del Mapa Conceptual.....	165
Tabla 21	Lista de control para la evaluación del Mapa Conceptual.....	166
Tabla 22	Lista de control para la autoevaluación docente.....	168
Tabla 23	Cuestionario para la evaluación docente .....	169
Tabla 24	Reglas del concurso de Fotografía .....	206
Tabla 25	Tabla para el cálculo de costes de producción del logotipo diseñado.....	211

## 1. INTRODUCCIÓN

En el presente monográfico, correspondiente al Trabajo Final de Máster (TFM) propio del Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas (MAES), en la rama de la Especialidad de Matemáticas, se aspira a la mejora de la unidad didáctica (UD) propuesta para el periodo de prácticas, tan inusual este año, ante la situación sobrevenida causada por la COVID-19.

Circunstancialmente, en este curso tan especial, ha supuesto un reto en todos los sentidos, en el que hemos tenido que adaptarnos a una situación no esperada. Esta cuestión ha supuesto, en algunos casos como ha sido el nuestro, que no se haya podido desarrollar el segundo periodo de prácticas como viene siendo habitual. Esta situación, se ha traducido en no poder poner en práctica la propia UD que encontramos en el Anexo I. Por lo tanto, nos encontramos en una situación en la que no podemos analizar desde el punto de vista del docente una retroalimentación de aquellas situaciones o propuestas didácticas susceptibles de mejora. Siendo así esta circunstancia, se propone, basándonos en referentes teóricos propios de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, analizar y detectar posibles puntos de mejora de dicha UD.

La UD propia de la memoria de prácticas, la cual encontramos en el Anexo I, se desarrolla en el contexto del IES Saladillo de Algeciras, concretamente en un grupo de 1º de Educación Secundaria Obligatoria, compuesto por 24 alumnos y alumnas. El grupo, con un nivel académico en general bajo, está caracterizado por la dispersión, la desmotivación y el absentismo, situación que sirve como estímulo para la realización de la UD en una línea de trabajo concreta, y de su posterior mejora.

La UD en cuestión, correspondiente a la temática de *Figuras Geométricas. Áreas y perímetros* se ha titulado como: *Enseñar geometría: “¡así no hay forma!”*. Esta unidad queda englobada dentro del bloque de geometría, y su finalidad es introducir mejoras en las estrategias metodológicas, ahondar en aspectos motivacionales, y adaptarse, entre otras cuestiones, a un modelo más activo y participativo de la enseñanza, sin olvidar la situación sanitaria. El título de la UD, ha de entenderse como una reivindicación, y no pretende otra cosa que llevarnos a reflexionar sobre diversas cuestiones y establecer unos objetivos que se proponen para la mejora de la UD.

En primer lugar, y para establecer los fundamentos sobre los que se desarrollará este monográfico, se realizará una valoración inicial de la UD del periodo de prácticas, analizando los elementos positivos y negativos de dicha propuesta. Esto, nos ayudará



a establecer una serie de objetivos con la finalidad de focalizar los problemas o cuestiones que se van a atender a lo largo de este monográfico.

En segundo lugar, se llevará a cabo una reflexión sobre la importancia de la *historia y la epistemología de las matemáticas*, y la conexión existente con la corriente de *Educación Matemática Realista de Freudenthal*. Con esto se intentará entender el porqué de la existencia de las matemáticas, cómo surgieron y para qué se utilizaban. Esto permitirá poner en valor la idea la utilidad de las matemáticas como herramienta para la resolución de problemas de la vida diaria y por consecuencia, la intención de incorporar esta cuestión a los procesos de enseñanza-aprendizaje de la UD.

Posteriormente, y con la finalidad de sustentar teóricamente la mejorar de la UD, se llevará a cabo un análisis sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, y más en concreto de la geometría. Profundizando en el ámbito del aprendizaje, y antes de desarrollar una reflexión sobre los errores y las dificultades de aprendizaje, se contestará a las siguientes cuestiones: *¿quién aprende?*, *¿cómo se aprende?*, *¿qué se aprende?*, y *¿para qué se aprende?*

Una vez establecidas las bases del aprendizaje de la geometría, se estudiará el ámbito docente, profundizando sobre la enseñanza. Trataremos la importancia del *rol del profesorado* para después analizar el *valor de la planificación y la organización* de las actividades. Posteriormente, se desarrollará el *concepto de aula-taller*, y cómo se pueden difuminar los límites físicos del aula para conectar las matemáticas y la geometría con la vida cotidiana. A continuación, se examinará la *conexión mano-inteligencia* y por lo tanto la importancia de la inclusión de las *actividades manipulativas en formato virtual* en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Además, se estudiará la importancia de la incorporación de las *tecnologías de la información y la comunicación* a la práctica docente. Seguidamente, se analizarán los *agrupamientos*, los tipos y sus ventajas e inconvenientes. Por último, y como conclusión de esta parte del monográfico, se llevará a cabo una reflexión sobre los procesos de *evaluación* y la importancia de incorporarlos correctamente al proceso de enseñanza-aprendizaje.

El núcleo central del trabajo y el objetivo de este monográfico, es la mejora de la UD original. En esta parte del trabajo, se llevará a cabo una planificación de la UD, describiendo: las Competencias clave y las Competencias de Niss que se pretenden desarrollar en la UD; los objetivos generales establecidos por la legislación y los objetivos específicos que nos proponemos alcanzar con el desarrollo de la propuesta; los contenidos a desarrollar; y por último los criterios de evaluación a seguir y qué herramientas se van a utilizar para su evaluación. Una vez establecidas las bases de la

planificación, se describirá la metodología a seguir en el desarrollo de la UD. Por último, se llevará a cabo un recorrido sobre las distintas sesiones establecidas en la UD, donde se describirá qué se va a hacer en cada una de ellas.

Como parte final del trabajo, se llevará a cabo una reflexión sobre las conclusiones a las que nos lleva la realización de este trabajo, estudiaremos posibles vías de mejora del mismo y se establecerá una vía para el futuro desarrollo y perfeccionamiento de la UD.

## 1.1 JUSTIFICACIÓN DE LA PROPUESTA

En el desarrollo de este TFM, se pretende que el alumnado sea capaz de entender la importancia de la geometría para la resolución de cuestiones propias de la vida diaria, siendo capaces de interiorizar los conceptos para luego poder aplicarlos en situaciones fuera de las barreras físicas del aula. Por lo tanto, esta UD pretende generar una mejora de sus capacidades y habilidades, con la finalidad de entender el mundo que nos rodea.

¿Por qué es importante estudiar geometría? La respuesta a esta pregunta lleva a reflexionar sobre el nacimiento de la geometría y en cómo el ser humano, a través de la percepción de las formas, del espacio que lo rodea y la necesidad de crear y transformar el mundo en el que vive, ha buscado una manera de explicar aquello que percibe a través de los sentidos. La geometría es para el ser humano el idioma universal que le permite describir y construir su mundo, así como transmitir la percepción que tiene de este al resto de la humanidad (Vargas y Gamboa, 2013, p. 75).

Atendiendo a esta cuestión, se espera que el alumnado valore de forma más positiva las matemáticas, una materia que suele resultar abstracta y a veces inútil al alumnado. Con la aplicación de una metodología renovada, y que contrastan con las metodologías tradicionales, se pretende influir positivamente en la motivación del alumnado.

## 2. REFERENTES TEÓRICOS

En este apartado, establecemos unas bases fundamentadas en las teorías propuestas por diversos autores. A partir de sus aportaciones, nos planteamos resolver una serie de cuestiones. Establecemos, de forma previa a dicho recorrido teórico, unos *objetivos* a desarrollar a lo largo de este TFM, que pretenden responder a los problemas existentes en la concepción de la UD original y ser el guion que estructure el desarrollo del trabajo.

Así, en este TFM se pretende llevar a cabo una reflexión sobre la metodología tradicional y el desinterés que causa en el alumnado, con el fin de establecer nuevas metodologías más activas e introducir innovaciones que hagan aumentar la *motivación* del alumnado

por las matemáticas y disminuir cuestiones como el miedo al error o el absentismo. Con la finalidad de influir en la motivación del alumnado, se pretende introducir las *actividades manipulativas* y reflexionar sobre la importancia de la *conexión mano-cerebro* en los procesos de aprendizaje.

La situación sanitaria, por otro lado, ha supuesto para toda la comunidad educativa un cambio de paradigma en los procesos de enseñanza-aprendizaje, por lo que se estudiará cómo cambiar la forma de enseñar y aprender en estas circunstancias, por medio de una *adaptación digital* de algunas de las actividades, manteniendo la esencia manipulativa de los objetos geométricos en las actividades y con la introducción de las tecnologías de la información y la comunicación. Con esto, se pretende estudiar y proponer alternativas más seguras y adecuadas sobre el trabajo en grupo a la situación sanitaria, y por lo tanto potenciar una cuestión tan importante como la *componente social del aprendizaje*.

Con la finalidad de acercar las matemáticas a la realidad y a la vida diaria, se propone *desdibujar el límite físico del aula* en cuanto al desarrollo de los procesos de enseñanza-aprendizaje, saliendo por lo tanto del espacio físico de la misma, y proponiendo alternativas que permitan dinamizar el aprendizaje de la geometría y conectarlo con la vida real.

Por último, y como cuestión muy a tener en cuenta en el desarrollo de la UD, se establece la gran importancia de *la evaluación* como acompañamiento durante el transcurso de todas las actividades, estableciéndose como una herramienta más para ayudar tanto al alumnado como a la vertiente docente en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Con el propósito de sustentar estas cuestiones, nos basaremos en los estudios llevados a cabo por diversos autores. Así, se realizará primeramente una reflexión sobre la historia y la epistemología de las matemáticas y la geometría. A continuación, se procederá con un estudio teórico profundo sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y la geometría. Esta fundamentación servirá para sentar las bases sobre las que desarrollar la mejora de la UD, objetivo final de este monográfico.

La selección de la temática de la UD se llevó durante el primer periodo de prácticas en el centro IES Saladillo de Algeciras, en coordinación con el departamento de matemáticas y en previsión del calendario académico propio de los grupos de 1º de Educación Secundaria Obligatoria del centro. Lamentablemente, y por la circunstancia sanitaria, no fue posible implementarla tal y como se tenía previsto en el segundo periodo de prácticas. Ante la imposibilidad de dicha implantación y experimentación, es

necesario puntualizar la importancia de una buena fundamentación teórica que aporte coherencia a la propuesta didáctica, y con unas funciones muy claras. De acuerdo con Clemente (2007), “la teoría constituye un conjunto de leyes, enunciados e hipótesis que configuran un corpus de conocimiento científico, sistematizado y organizado, que permite derivar a partir de estos fundamentos reglas de actuación” (p. 28).

La fundamentación teórica, es uno de los principios básicos de la docencia, ya que, con esta, se establecen bases sobre las cuales desarrollar la práctica. Esto supone un continuo proceso de formación, en el cual se persigue una constante mejora del perfil docente.

El contacto del profesorado con la teoría académica a través de la lectura de textos profesionales y la revisión de la propia práctica es vital para favorecer la coherencia, evitar la alienación profesional docente y favorecer la emancipación, crecimiento y desarrollo profesional. En el abordaje de ambas dimensiones deberán desarrollarse las acciones de formación del profesorado del futuro. (Álvarez, 2007, p. 399).

Llevar a cabo una reflexión teórica profunda, es la clave para poder resolver una serie de preguntas que se nos plantean. Resolver estas cuestiones, debe mostrarnos las respuestas que nos guíen en el proceso de diseño de la UD mejorada:

- ¿Es importante entender que la historia y la epistemología de las matemáticas son una parte esencial en los procesos de enseñanza-aprendizaje?
- ¿Surgen las matemáticas como un constructo social para resolver problemas de la vida diaria?
- ¿Qué es aprender geometría? ¿Cómo se aprende geometría? ¿Quién aprende geometría?
- ¿Cuáles son los errores y las dificultades propios del aprendizaje de las matemáticas, y más en concreto de la geometría?
- ¿Qué es enseñar geometría? ¿Cómo se enseña geometría? ¿Para qué se enseña geometría?
- ¿Qué perfiles docentes existen? ¿Cuál debe ser el rol del docente en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría?
- ¿Es importante la planificación en la enseñanza?
- ¿Qué materiales o entornos son los más adecuados para la enseñanza de la geometría?
- ¿Cómo se aprende en grupo?
- ¿Sirve para algo incorporar las tecnologías de la información y la comunicación en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría?

- ¿Qué significa evaluar? ¿Qué se debe evaluar? ¿Cómo se va a evaluar? ¿Cuándo se va a evaluar?

Las condiciones del curso actual, en el que las prácticas no han se han llevado a cabo en circunstancias normales, ha supuesto en algunos casos no llevar a cabo el estudio introspectivo que supone poner en práctica la UD original y que probablemente habría colaborado en una más correcta formulación de las preguntas anteriores. Esta situación sobrevenida, supone no haber podido observar de primera mano aquellas cuestiones susceptibles de ser modificadas en la UD original. Esto refuerza la necesidad de un análisis teórico profundo sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y de forma más concreta, de la geometría.

## 2.1 EPISTEMOLOGÍA DE LA GEOMETRÍA. EDUCACIÓN MATEMÁTICA REALISTA.

El camino al entendimiento sobre cómo funcionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, nos conducen a llevar a cabo un análisis histórico-epistemológico de las matemáticas, proceso durante el cual seremos capaces de analizar cómo y por qué se ha formado esta disciplina. Además, nos permitirá entender cómo ha evolucionado el pensamiento matemático y geométrico a lo largo de la historia.

A través de la historia se ha visto como las matemáticas han abordado la manera de dar solución a problemas planteados muchas veces por situaciones de la vida cotidiana, entonces, ¿por qué no mostrar las matemáticas como una herramienta constantemente utilizada por la sociedad para dar soluciones a sus problemas? (Maz, 1999, p. 206).

Desligar la enseñanza matemática de su historia, es un gran error, como bien argumenta Bell (1985), “Ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas” (p.54). Por lo tanto, introducir en el aula la idea de que las matemáticas son un constructo social, las acercan a la realidad y a su utilidad. Esta cuestión, permite transmitir al alumnado la idea de que, para resolver determinados problemas de la vida diaria, necesitamos las matemáticas.

Las matemáticas son, ante todo, una actividad humana; una construcción social compleja edificada durante miles de años en arduos procesos de interrelación cultural. Esto significa que las matemáticas se encuentran ineludiblemente ligadas a su historia; una historia que da cuenta de su desarrollo conceptual, sobre la base de que tal desarrollo tiene lugar en medio de complejas dinámicas sociales (Anaconda, 2003, p. 32).

Entender, por lo tanto, que las matemáticas han sido creadas por la sociedad a lo largo de la historia como respuesta a una *necesidad para resolver problemas* de la vida

cotidiana, nos lleva a conectar ineludiblemente con Freudenthal (1905-1990) y su teoría sobre la Educación Matemática Realista (EMR).

Este enfoque de entender las matemáticas, de acuerdo con Freudenthal (1971, 1973), transmite la idea de que la matemática surge históricamente como herramienta para entender y estructurar la realidad, y por lo tanto, los procesos de enseñanza-aprendizaje han de basarse a su vez en este tipo de situaciones. Esta cuestión no implica que únicamente deban estudiarse fenómenos de la vida real, ya que la matemática es una disciplina abstracta en sí misma. Por lo tanto, también han de proporcionarse experiencias de aprendizaje donde lo abstracto esté presente, dando oportunidad al alumnado a enfrentarse a esta vertiente de las matemáticas. El objetivo principal, es el de enfrentar problemas de la vida real, contextualizados y con utilidad, que permitan al alumnado resolverlos a través de las herramientas matemáticas.

A modo de resumen, y de forma muy simplificada, Alsina (2009) describe los rasgos más significativos de su teoría. Así, la EMR es una forma de enfocar las matemáticas a través de *situaciones de la vida real y cotidiana*, a través de problemas contextualizados como punto de partida para el aprendizaje de las matemáticas. Se proponen modelos que van trabajan lo abstracto y lo concreto, matematizando de forma progresiva. La finalidad de este modelo es el de avanzar en la formación de relaciones de tipo más formal y de estructuras abstractas propias de la matemática.

Por otro lado, el autor nos indica que la componente de la *interacción social* entre los individuos que forman un grupo-clase, y de forma externa con el profesorado, es esencial para el desarrollo del conocimiento matemático. Freudenthal (1991), por otro lado, argumenta que las condiciones óptimas para la reinención de los conceptos matemáticos se dan en contextos de alumnado heterogéneo, con grupos-clase formados por individuos con niveles distintos de destrezas y habilidades matemáticas.

Otro principio de la EMR es que la matemática no ha de entenderse como una realidad preconstruida, sino que hay que *generar situaciones didácticas* que permitan al alumnado reinventar las matemáticas por si mismos con el docente como guía. Este fenómeno a evitar era descrito por Freudenthal (1973) como *inversión antdidáctica*, ya que simplemente se transmite el resultado de la actividad matematizadora de otros. Estas situaciones, de acuerdo con la EMR, son denominadas como “situaciones problemáticas genuinas” (Zolkower *et al.*, 2006, p. 13).

Así, de acuerdo con Gravemeijer y Terwel (2000), podemos decir que para Freudenthal, se han de enseñar matemáticas que sean realmente útiles. Aunque no se puede solamente enseñar una matemática útil, ya que esto llevaría a solo poder resolver

problemas en un determinado número de contextos. En contraposición, también nos transmitía que “If this means teaching pure mathematics and afterwards showing how to apply it, I’m afraid we shall be no better off” [Si esto significa enseñar matemática pura y luego mostrar cómo aplicarla, me temo que lo mejor será dejarlo] (Freudenthal, 1968, p. 5). En el punto intermedio, y para intentar encontrar un punto medio entre ambas ideas, lo que Freudenthal defendía, era la idea de que “mathematics was first and foremost an activity, a *human activity*, as he often emphasized. As a research mathematician, doing mathematics was more important to Freudenthal than mathematics as a ready-made product” [Las matemáticas fueron primeramente y sobre todo, una *actividad humana*, como él siempre enfatizaba. Como un investigador matemático, hacer matemáticas era más importante para Freudenthal que la versión de las matemáticas como un producto ya hecho previamente] (Gravemeijer y Terwel, 2000, p. 780).

De acuerdo con estas ideas, se considera imprescindible, y será una intención en el desarrollo de este TFM, introducir cuestiones propias de la epistemología matemática desde un punto de vista histórico, con el fin de transmitir que las matemáticas sirven para resolver problemas. Se intentará reproducir situaciones propias de la vida real, que generen la necesidad del uso de las matemáticas y del dominio de los conceptos propios que son necesarios para la resolución de dicha problemática. Se intentará transmitir que las matemáticas son un constructo humano y que por lo tanto han sido y serán útiles para la resolución de problemas de la vida real.

## 2.2 APRENDER MATEMÁTICAS. APRENDER GEOMETRÍA.

Tradicionalmente, la perspectiva que tiene el alumnado sobre las matemáticas es desalentadora, clasificándola como una materia árida, abstracta, y generalmente descontextualizada de la realidad. De acuerdo con las investigaciones de Núñez *et al.* (2005), se ha constatado el hecho de que la dimensión afectiva del alumnado, más concretamente sus creencias, actitudes y emociones, influyen directamente en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Surgen por lo tanto una serie de cuestiones susceptibles de ser atendidas y que evidencian la mala gestión de la enseñanza de las matemáticas, y que influyen en los procesos de aprendizaje. Nos encontramos con que el *interés por las matemáticas decrece* a medida que se avanza en los cursos escolares. Además, con el avance de los cursos, *la utilidad de las matemáticas de cara al futuro presenta un descenso significativo*, presentándose en numerosas ocasiones matemáticas alejadas de la vida real y descontextualizadas, por lo que no se percibe la relación entre los contenidos

matemáticas y la resolución de problemas de la vida cotidiana. Por otro lado, aparece de forma generalizada una *pérdida de confianza sobre la propia capacidad*, suponiendo esto, el aumento de emociones negativas y la ansiedad, afectando al interés en la materia. Por último, nos encontramos con una creciente *falta de implicación* por parte del alumnado, circunstancia que agrava los efectos negativos ya expuestos (Nuñez *et al.*, 2005, p. 2395).

Estas cuestiones, suponen un punto de partida del que llevar a cabo una reflexión sobre la importancia de entender los procesos de aprendizaje propios de las matemáticas, y más concretamente de la geometría. Analizar lo que significa aprender geometría, sirve como una base psicopedagógica que es uno de los aspectos fundamentales de la enseñanza. Esta cuestión es clave para llevar a cabo prácticas adecuadas desde nuestro lado, el del profesorado. Se entiende por lo tanto como indispensable hacerse las siguientes preguntas: ¿quién aprende geometría?, ¿qué se aprende en cada periodo en el modelo de Van Hiele?, ¿qué significa aprender geometría?

### 2.2.1 ¿Quién aprende geometría?

La forma de aprender matemáticas y enseñarlas, están evidentemente conectadas. Atendiendo a *quiénes aprenden matemáticas y geometría*, podemos hablar de estilos de aprendizaje. De acuerdo con Honey y Mumford (1982), se podría clasificar los estilos de aprendizaje en cuatro categorías:

- *Activo*. Caracterizado por ser animador, improvisador, descubridor, arriesgado y espontáneo.
- *Reflexivo*. Con un comportamiento ponderado, concienzudo, receptivo, analítico y exhaustivo.
- *Teórico*. Con un corte más metódico, lógico, objetivo, crítico y estructurado.
- *Pragmático*. De carácter más experimentador, práctico, directo, eficaz y realista.

En esta línea, el autor, refuerza la idea de que estilos de enseñanza tradicionales, usando materiales como la pizarra, apuntes y libros de texto, fomentan estilos de aprendizaje teórico-reflexivos, cuyos resultados, son cuestionables, ya que solo benefician a un pequeño sector del alumnado. Por el contrario, enfocar nuestros esfuerzos hacia estilos de aprendizaje activo-pragmáticos, conlleva atender a un gran sector del alumnado.

El modelo de enseñanza tradicional, supone generar de forma directa una gran cantidad de limitaciones, así, como afirma Barrantes (2003) las prácticas habituales “iban en perjuicio de la intuición [...], pues la manipulación, el tacto, la vista y el dibujo deben



permitir al alumno habituarse a las figuras, formas y movimientos de su entorno para posteriormente establecer las abstracciones correspondientes” (p. 7).

Metodológicamente hablando, y centrándonos en los estilos de enseñanza, podemos conectarlo claramente con los ya comentados estilos de aprendizaje. Como afirma Domínguez (2005), podemos hablar de dos modelos de enseñanza claramente diferenciados, un modelo axiomático-deductivo, claramente en relación con estilos de aprendizaje teórico-reflexivos, y un modelo empírico-constructivo, con evidente similitud con un estilo de aprendizaje de tipo activo-pragmático.

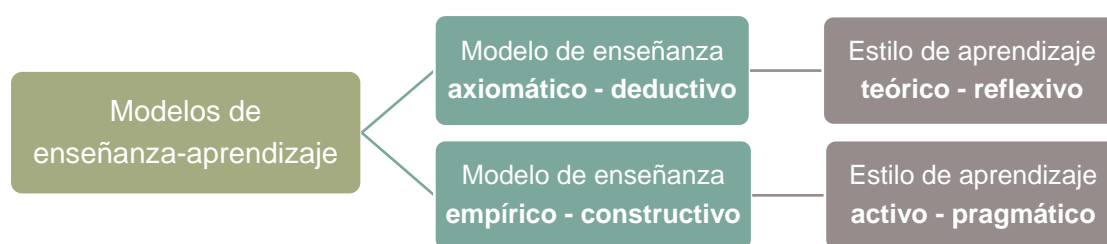


Figura 1. Relación entre los modelos de enseñanza y los estilos de aprendizaje.  
Elaboración propia basado en Barrantes (2003), y Honey y Mumford (1982)

### 2.2.2 ¿Qué se aprende en cada periodo del modelo de Van Hiele?

Si analizamos cómo se aprende geometría, hemos de estudiar el propio proceso de formación de conocimiento. Existen diversos modelos sobre teorías de aprendizaje, pero este trabajo se centrará en el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele.

El modelo de Van Hiele ayuda a explicar cómo, en el proceso de aprendizaje de la geometría, el razonamiento geométrico de los estudiantes transcurre por una serie de niveles. Para dominar el nivel en que se encuentra y así poder pasar al nivel inmediato superior, el estudiante debe cumplir ciertos procesos de logro y aprendizaje (Vargas y Gamboa, 2013, p. 81).

De acuerdo con Jaime (1993), la utilidad del modelo de Van Hiele, es que abarca dos aspectos básicos:

- *Descriptivo*: mediante el cual se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico de los individuos y se puede valorar el progreso de éstos
- *Instructivo*: que marca unas pautas a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en su nivel de razonamiento geométrico (p. 4)

Desde el punto de vista del análisis del aprendizaje, podemos basarnos en el aspecto descriptivo del modelo de Van Hiele para entender las diferentes fases del proceso de aprendizaje de la geometría. De acuerdo con Hoffer (1981), Fouz (2005) y Galindo (1996), podemos describir los 5 niveles de la siguiente forma:

### *Nivel 1: reconocimiento*

En este nivel, el educando aprende vocabulario propio de la geometría y reconoce las formas como un todo.

### *Nivel 2: análisis*

En este nivel, el alumnado comienza a analizar algunas propiedades de las figuras geométricas.

### *Nivel 3: deducción informal*

En esta fase, el educando es capaz de ordenar figuras de forma lógica, y entiende relaciones entre distintas figuras, además de dar su debida importancia a las correctas definiciones de los elementos geométricos.

### *Nivel 4: deducción formal*

En este nivel, se comprende la importancia de la deducción formal, del rol de los postulados, los teoremas y las demostraciones.

### *Nivel 5: rigor*

El estudiante entiende la importancia de la precisión en relación con las bases y la interrelación entre estructuras geométricas.

Es interesante añadir, que no todos los niveles se alcanzan en el propio sistema educativo, y menos en etapas de educación tan primarias. Generalmente, se pueden alcanzar los tres primeros niveles con estudios preuniversitarios. Es importante destacar la importancia del análisis previo sobre el nivel de los educandos, con el fin de organizar las actividades de acuerdo al nivel en el que se encuentran.

## **2.2.3 ¿Qué significa aprender geometría?**

Partiendo de la base de la estructuración que propone Van Hiele, puede ser necesario un mayor nivel de concreción de qué habilidades han de desarrollar los educandos de acuerdo con los distintos niveles descritos anteriormente. Para ello, Hoffer argumenta que hay una serie de habilidades que considera apropiado desarrollar en el ámbito de la Educación Secundaria Obligatoria, y que por lo tanto atenderemos en el desarrollo de la nueva UD. Estas habilidades son descritas por Galindo (1996), Báez e Iglesias (2007) y el propio Hoffer (1981) de la siguiente forma:

### *Habilidades visuales*

Relacionado con la capacidad de obtener información desde la observación, fundamental para el estudio de la Geometría, ya que permite la representación mental a través del sentido de la vista, ya sean objetos reales o representaciones abstractas de los mismos. El docente, ha de garantizar el suministro de materiales que estimulen a los educandos.

### *Habilidades de comunicación*

En referencia a la capacidad de entender y expresar de forma correcta el lenguaje matemático y geométrico. En esta cuestión, el docente ha de ser capaz de interpretar el vocabulario del alumnado, y contribuir a mejorar su complejidad y rigor.

### *Habilidades de dibujo*

Ligadas a las capacidades para interpretar las ideas y representarlas a través de dibujos o esquemas. En este apartado, el docente ha de cuidar la representación de los conceptos geométricos, ya que determinadas representaciones únicas o imprecisas, pueden llevar a errores de aprendizaje.

### *Habilidades lógicas*

Relacionadas con la capacidad argumentativa, a través de la lógica, desde un punto de vista crítico para reconocer la verdad. Estas habilidades a desarrollar son: abstracción de las características y los conceptos geométricos; generación y justificación de conjeturas; argumentación; ejemplificación; argumentación y deducción lógica. Estas habilidades lógicas, tienen relación con habilidades de creación, imaginación y exploración.

### *Habilidad aplicada*

En referencia a la capacidad para aplicar lo aprendido, a nivel de modelo, pero en la vida real. Sin esta última habilidad, el conocimiento queda totalmente descontextualizado y carece de sentido. El docente ha de garantizar crear estrategias que garanticen la transferencia de los modelos a la realidad, si es posible en las dos direcciones, desde lo real a lo modelizado y viceversa.

Con el fin de ejemplificar estas habilidades, Hoffer llevo a cabo la Tabla 6 (adjunta en el Anexo III), donde podemos entender qué significa adquirir una habilidad en cada una de las fases de aprendizaje que propone Van Hiele.

Introducir y fomentar estas habilidades como docentes, propias del conocimiento geométrico, ayudará a que el alumnado obtenga una mayor capacidad comprensora de la disciplina matemática, que adquiera las competencias necesarias, y que sin duda influirá en el propio aprendizaje de otras disciplinas y de las posibles aplicaciones a la vida real.

En el siguiente apartado, analizaremos cómo el modelo de Van Hiele, puede ayudarnos desde un punto de vista *instructivo*, ya que puede ayudar a organizar las actividades, de acuerdo con unas pautas muy claramente definidas en el modelo.

## 2.2.4 Obstáculos propios del aprendizaje de la geometría

Al aprender matemáticas y al aprender geometría, aparecen una serie de dificultades u obstáculos que se producen de forma repetida, y que es labor del docente detectar. De acuerdo con Lárez-Villaroel (2018), “debemos conocer los factores que inhabilitan su aprendizaje si se quieren obtener resultados satisfactorios dentro del ámbito educativo” (p. 54). Conocer estos errores, dificultades y obstáculos, permite al docente comprender las concepciones de los estudiantes, la forma en la que aprenden y, por lo tanto, entender cómo optimizar la enseñanza.

Se podrían estudiar los obstáculos de aprendizaje, con respecto a la teoría de Brousseau (1983), que los clasificaba en tres categorías: Obstáculos ontogénicos, obstáculos didácticos y obstáculos epistemológicos. Sin embargo, definiremos estos obstáculos desde el punto de vista de Lárez-Villaroel (2018), ya que clasifica estos de forma más pormenorizada, con más categorías. Así, nos encontramos con los siguientes obstáculos de distinta naturaleza:

### *Obstáculos epistemológicos*

Desde el punto de vista del educando, son obstáculos que tienen que ver con lo aprendido, con lo psicológico, que entorpece y confunde, además de impedir la evolución en la formación. Desde el punto de vista del docente, puede ocurrir que se haga una interpretación errónea de un saber matemático, y que, por lo tanto, cuando se comunique, se establezca un conocimiento construido que supondrá una base errónea para el futuro.

### *Obstáculos cognitivos*

Se pueden destacar en esta categoría los distintos estilos de aprendizaje, ya que cuando los procesos de enseñanza-aprendizaje no tienen en cuenta estos aspectos, se limitan las posibilidades de un aprendizaje efectivo. Por otro lado, pueden aparecer obstáculos cognitivos directamente cuando el alumnado no tiene el nivel necesario para afrontar la materia en cuestión. En este caso, es función del docente detectar y modificar lo que sea oportuno.

### *Obstáculos didácticos*

El docente, además de dominar la materia, ha de tener un conocimiento didáctico satisfactorio de la asignatura, contando con una estrategia adecuada y una buena cantidad de ejemplos, contraejemplos, problemas, analogías, demostraciones y formas de representación, que garanticen su comprensión. Factores como el tiempo para la enseñanza pretendida, que no respeta los tiempos y estilos del alumnado; un uso de recursos instruccionales (pizarra, proyector, ...) y didácticos (juegos,

libros, ...) no idóneos de acuerdo con el alumnado o la propia aula; y la poca competencia comunicativa del docente, con falta de claridad, baja habilidad discursiva, escasez de dominio escénico y una mala atmósfera en el aula, pueden contribuir a generar obstáculos didácticos.

### *Obstáculos emocionales*

Cuestiones propias a las emociones, pueden interferir directamente en la capacidad de aprendizaje del alumnado, generando conductas defensivas o reactivas, pudiendo generar, por ejemplo, ansiedad, desinterés, apatía, frustración, angustia y temor en cuanto a las matemáticas. Además, en el ambiente escolar y familiar, existen prejuicios sobre la disciplina matemática y su aprendizaje, que generan un estereotipo previo a la experiencia propia del alumnado de enfrentarse a los conceptos matemáticos. Estas cuestiones interfieren en el aprendizaje efectivo e influye en el éxito del alumnado.

### *Obstáculos ecológicos*

En esta categoría se encuentran obstáculos propios ocasionados por agentes gubernamentales o institucionales, por las características socio-culturales del alumnado, y por las condiciones ambientales donde se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje. Constantes cambios en el currículo o las leyes educativas, suponen incorporar dificultades para los docentes y el propio alumnado, que está adaptándose constantemente a cambios no elegidos. Por otro lado, en temas ambientales es interesante analizar las instalaciones donde se lleva a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya que no siempre reúne las mejores condiciones, por falta de recursos. Mala iluminación, ventilación, condiciones de acústica y visibilidad, y no poder utilizar las tecnologías de la información y la comunicación por carecer de equipos actualizados y con buen funcionamiento, son obstáculos presentes en el ámbito educativo. Generalmente esto se produce por una no equitativa distribución de los recursos, habiendo centros muy bien equipados y arquitectónicamente dispuestos, y otros con numerosas carencias.

## **2.2.5 Errores en el aprendizaje de la geometría**

Paralelamente a todas estas dificultades de tipo genérico e intrínsecas al ecosistema educativo, y que es importante tener en cuenta para un correcto diseño de una UD, es interesante analizar los errores propios del aprendizaje de la geometría. Cometer errores, ha sido visto en la enseñanza tradicional como algo a evitar, que no supone ningún beneficio o algo a tener en cuenta, sino que se entendía como un reflejo del mal rendimiento académico por parte del alumnado.

Sin embargo, y de acuerdo con Brousseau (1998, citado en Barrantes, 2006), “El error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado” (p. 3). Así, y con el objetivo de obtener beneficio de los errores, y en relación a lo que afirman Barrantes y Zapata (2008), que llevan a cabo un estudio sobre los errores más significativos propios de la geometría, es importante tener en cuenta que “En los últimos diseños curriculares, que consideran al alumno como el eje del aprendizaje, se admiten los errores como un elemento más de los procesos de aprendizaje” (p. 56). En esta línea, con el fin de optimizar la enseñanza desde el lado del docente:

Consideramos, por tanto, que hacer surgir y conocer los errores ayuda a captar sus concepciones, la forma en que los estudiantes de Primaria y Secundaria aprenden o han aprendido, y las dificultades con las que se encuentran en la realización de tareas. Este conocimiento es eficaz para los profesores pues constituye un modelo para la reflexión que le ayuda a desarrollar una enseñanza y un aprendizaje más significativos (Barrantes y Zapata, 2008, p. 56).

A continuación, y de acuerdo con el estudio propuesto por Barrantes y Zapata (2008), se enumeran los errores que más se producen en los procesos de enseñanza-aprendizaje del bloque geométrico:

### *Errores en los esquemas conceptuales*

Estos tienen que ver con la formación del concepto, y cómo este se ha formado en la mente del educando. Puede suceder que la estructura cognitiva alrededor de un concepto no haya madurado lo suficiente, y sea necesario profundizar en cuestiones como la propia definición del concepto u operaciones mentales o físicas del mismo.

### *Errores en la simbología visual del concepto*

Estos errores suelen aparecer sobre todo cuando únicamente se utilizan dibujos o el libro de texto, y cuando se trata de objetos o representaciones planas de objetos en tres dimensiones. Lo que ocurre, es que el concepto se forma de forma incompleta, haciéndose interpretaciones erróneas de determinadas representaciones. Por ejemplo, si observamos la Figura 2, podríamos decir que es en sí varias cosas, según se interprete como un cuadrado con sus diagonales, una pirámide cuadrada o una bipirámide cuadrada. Otro ejemplo sería el de la Figura 3, donde el alumnado podría no ser capaz de identificar en el plano ángulos rectos propios de las representaciones tridimensionales.

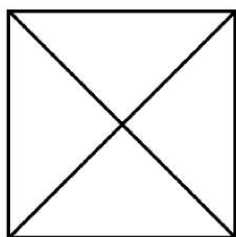


Figura 2. Errores en las representaciones planas de objetos. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57)

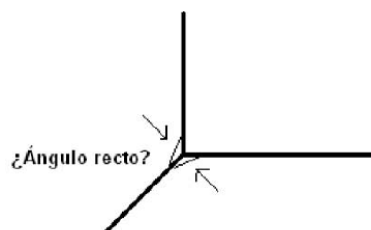


Figura 3. Errores en las representaciones de objetos tridimensionales. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57)

### *Distractores de orientación*

De forma estándar, las representaciones gráficas que se emplean en el ámbito de la enseñanza, y sobre todo en los libros de texto, llevan a errores. Con el caso de los ángulos, como observamos en la Figura 4, generalmente vienen representados con una línea horizontal paralela a la cara del libro de texto. Esta cuestión lleva a que siempre se tenga que representar así y sea más difícil de visualizar con otro tipo de representación.

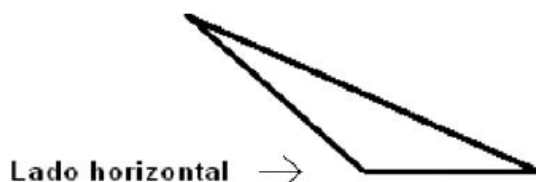


Figura 4. Errores en los ángulos. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57)

En el caso de los paralelismos y las perpendicularidades, como se puede ver en la Figura 5, nos encontramos con la misma circunstancia, siendo más difícil identificar paralelismos o perpendicularidades cuando se presentan como en la Figura 6.

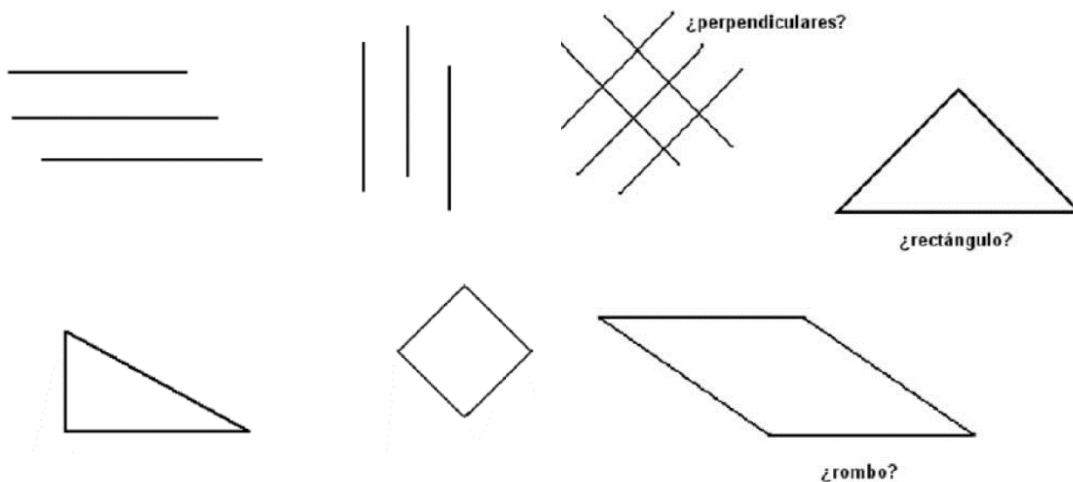


Figura 5. Errores sobre el paralelismo y la perpendicularidad, (Representación estándar). Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p.57)

Figura 6. Errores sobre el paralelismo y la perpendicularidad, (Representación no estándar). Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p.57)

Con las figuras geométricas ocurre lo mismo, los triángulos rectángulos se suelen representar como en la Figura 5, haciendo que representaciones donde el ángulo recto no se apoya en la línea horizontal como en la Figura 6, no lleguen a visualizarse igual de bien. Lo mismo ocurre con la orientación de los rombos. Por otro lado, si atendemos a representaciones de prismas, nos encontramos con que suelen representarse apoyados siempre sobre la base, por lo que, si se representan como en la Figura 7, suele llevar a error.

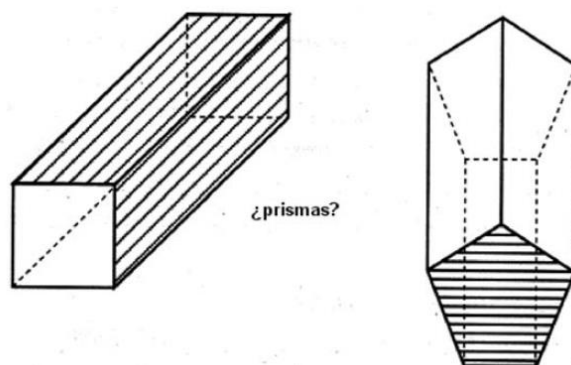


Figura 7. Errores en la representación de los prismas.  
Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57)

### *Distractores de la estructuración*

Esto sucede cuando el concepto mental es incompleto, debido a que determinados elementos o propiedades son excluidos del proceso de aprendizaje. Un ejemplo claro es el que encontramos en la Figura 8, donde el triángulo isósceles siempre es representado con el lado desigual como base y más pequeño que los lados iguales, haciendo que otras representaciones lleven a error. Además, en el caso del estudio de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices, se presuponen todas siempre interiores al triángulo, lo que supone que en el caso de triángulos obtusángulos o rectángulos se cometan errores, tendiendo además a situar la altura de los triángulos siempre paralelo a la hoja donde está representado como observamos en la Figura 9.

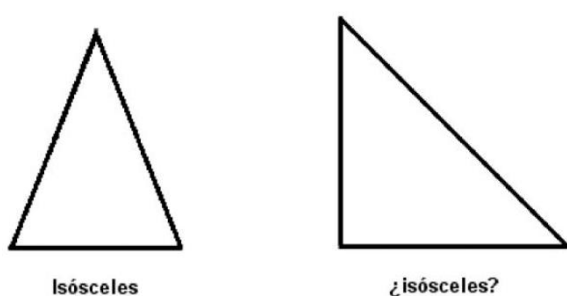


Figura 8. Errores en el triángulo isósceles.  
Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57)

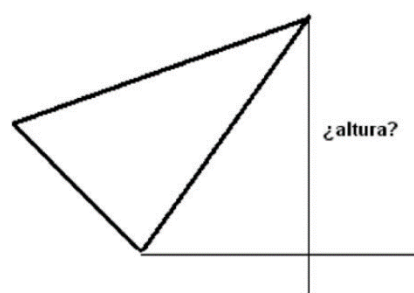


Figura 9. Errores en alturas, medianas, mediatrices y bisectrices. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 57)



### Errores por los nombres

En esta categoría se engloban los errores producidos por la nomenclatura, por ejemplo, de las figuras geométricas que no tienen un nombre “oficial”, como por ejemplo el cuadrado o el pentágono, haciendo creer que figuras con más de diez lados dejan de ser polígonos. Lo mismo ocurre con las figuras espaciales, reduciendo a veces el conocimiento a cilindro o poliedro, dejando otros poliedros como dodecaedro o icosaedro fuera del lenguaje utilizado.

Además, en estos errores a veces se engloban errores forzados por los libros de texto, que recogen nomenclaturas como trapezoide o romboide, siendo realmente más sencillo o más práctico englobarlo en la categoría de cuadrilátero o paralelogramo respectivamente.

### Errores de las imágenes reales del concepto

En esta categoría encontramos lo que Mesquita (1992) define como “double status of the geometrical objects” [doble estatus de los objetos geométricos] (p. 19), entendiendo esto como una ambigüedad entre los objetos abstractos y los objetos reales. Así, en los libros de texto y a veces los docentes con la intención de dar ejemplos, se utilizan objetos reales que realmente no representan a la figura geométrica en cuestión. Por ejemplo, un bote de bebida con los extremos curvados para un cilindro, o un caramelo de palo para una esfera. Así, se forman conceptos de forma incorrecta y luego se cometen errores, como identificar un vaso como un cilindro o una tienda de campaña como una pirámide. En resumen, se forman conceptos mentales poco rigurosos.

### Errores de las definiciones

En esta categoría, se engloban errores producidos por la dudosa rigurosidad de las definiciones propuestas por libros de texto o docentes. Así, por ejemplo, se define la altura o la mediana de los triángulos como segmentos o rectas, dependiendo de la etapa educativa. Esta cuestión supone una contradicción, ya que una recta es infinita y la altura es algo finito. Por el contrario, si se usan los segmentos, no se puede afirmar que “las tres alturas se cortan en un punto” (Barrantes y Zapata, 2008, p. 64) para el caso de los triángulos obtusángulos, como podemos ver en la Figura 10, ya que estos se han de cortar fuera del triángulo. Otro ejemplo claro, sería la definición de triángulo isósceles, que generalmente se define como “el triángulo que tiene dos lados iguales” (Barrantes y Zapata, 2008, p. 65), dejando a libre interpretación si el tercero es igual o desigual.

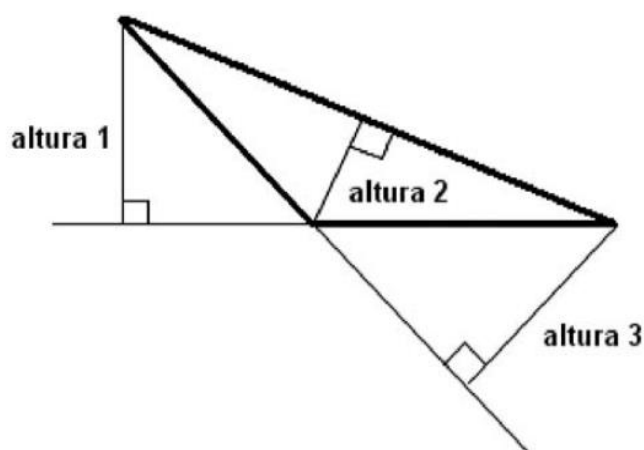


Figura 10. Errores en la definición de altura del triángulo.  
Fuente: Barrantes y Zapata (20089, p. 57)

### Errores de las clasificaciones

En esta categoría, encontramos errores producidos por las distintas formas de clasificación de los objetos geométricos. Se catalogan dos formas de clasificación: por partición y por inclusión. La clasificación por partición, es la que suele usarse en Primaria, con definiciones así lo. Por ejemplo, se define el triángulo isósceles como “aquel que tiene dos lados iguales y uno desigual” (Barrantes y Zapata, 2008, p. 65) excluyendo así, a los triángulos equiláteros de esta clasificación, los cuales también son isósceles.



Figura 11. Clasificación por partición. Triángulos.  
Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 66)

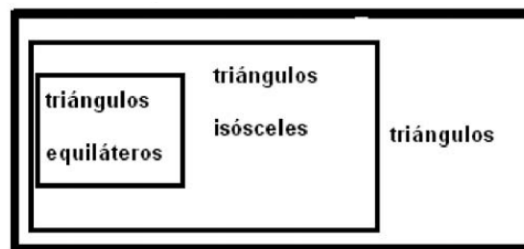


Figura 12. Clasificación por inclusión. Triángulos.  
Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 66)

Esto conduce a clasificaciones como las de la Figura 11. En Secundaria, sin embargo, se definen los triángulos isósceles como “el que tiene dos lados iguales al menos” (Barrantes y Zapata, 2008, p. 66), lo que invita a una clasificación por inclusión, como se observa en la Figura 12. Lo mismo ocurre con los cuadriláteros, debido a que en Primaria se clasifican rectángulo, cuadrado y rombo como clases distintas de figuras, no siendo englobadas en la categoría de cuadriláteros. Lo mismo ocurre con los paralelogramos, que tienden a no englobarse en la familia de los trapecios y no entendiendo que, si los paralelogramos tienen dos pares de lados paralelos, también tienen un par de lados paralelos. Así, nos encontramos con

clasificaciones por partición como observamos en la Figura 13, o clasificaciones por inclusión como la de la Figura 14, evidentemente incompatibles entre ellas.

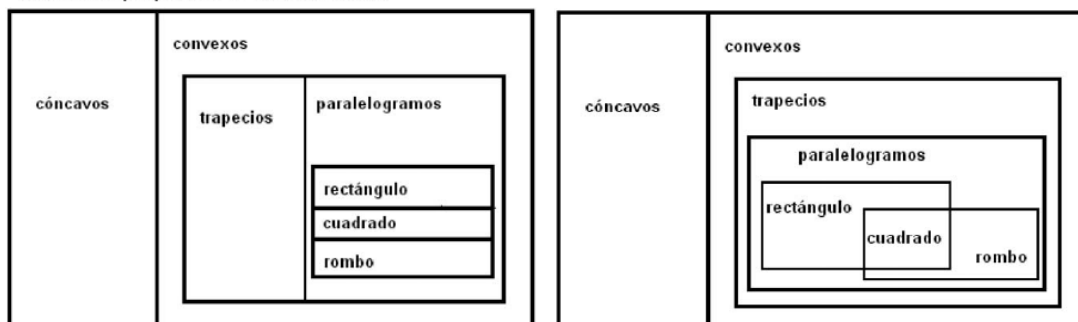


Figura 13. Clasificación por partición. Cuadriláteros. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 68)

Figura 14. Clasificación por inclusión. Cuadriláteros. Fuente: Barrantes y Zapata (2008, p. 68)

La falta de criterio en las clasificaciones de figuras planas, supone la aparición de errores en la concepción de las mismas, suponiendo actitudes de rechazo hacia la Geometría.

Conocer estos errores, puede ayudarnos a prever dónde los educandos van a tener una mayor posibilidad de cometerlos, y por lo tanto llevar a cabo diseños que tengan como foco de atención los mismos. Además, en el caso de cometerlos, puede servir como una autoevaluación del diseño, que sigue sin atender estas cuestiones y que por lo tanto es susceptible de mejora, con el fin de atender de forma más adecuada dichas situaciones y evitarlas en el futuro.

## 2.3 ENSEÑAR MATEMÁTICAS. ENSEÑAR GEOMETRÍA.

Una vez hemos analizado cómo se aprende matemáticas, y más concretamente, cómo se aprende geometría, es interesante indagar en el para qué de la enseñanza, para luego profundizar en el cómo. Formamos para que el alumnado sea competente matemáticamente, es algo que hemos de entender y analizar antes de poder analizar los procesos de aprendizaje de los educandos.

De acuerdo con Tobón (2004, 2006 y 2007), el análisis de lo que significa ser competente puede abordarse desde distintos enfoques, dependiendo de las fuentes, perspectivas, epistemologías y aplicaciones que han formado parte del desarrollo del concepto. Así, encontramos una serie de enfoques con mayor relevancia:

- *Conductual*, que asumen las competencias como “*comportamientos clave de las personas para la competitividad de las organizaciones*” (citado en Restrepo 2017, p. 106)
- *Funcional*, entendiéndolas como “*conjuntos de atributos que deben tener las personas para cumplir con los propósitos de los procesos laborales-*

*profesionales enmarcados en funciones previamente definidas”* (citado en Restrepo 2017, p. 106)

- *Constructivista*, definiéndolas como “*habilidades, conocimientos y destrezas para resolver dificultades en los procesos laborales-profesionales en el marco organizacional*” (citado en Restrepo 2017, p. 106)
- *Complejo*, que las entiende como “*procesos complejos de desempeño ante actividades y problemas con idoneidad y ética, buscando la realización personal, la calidad de vida y el desarrollo social y económico sostenible y en equilibrio con el ambiente*”. (citado en Restrepo 2017, p. 106)

En nuestro quehacer, es vital entender estas cuestiones: para qué formamos, por qué educamos, y a quiénes guiamos. Es evidente que, con estas definiciones, no se pretende otra cosa que intentar fomentar un tipo de enseñanza u otra. Enseñanzas de tipo tradicional, abstractas y despegadas de la realidad, no preparan a los educandos para su desarrollo social, económico, de sostenibilidad, personal, etc., por lo que centraremos nuestro esfuerzo en este TFM en procurar que los procesos de enseñanza que ideemos, nutran estas cuestiones, en un campo como la geometría que tanto tiene que ver y que tan presente está en nuestro día a día.

Previamente a analizar cómo enseñamos, merece la pena hacer alusión a la necesidad de introducir en la enseñanza un cambio de paradigma. Esta idea, nos da a entender, de acuerdo con Gutiérrez (1991) que “la diferencia entre los métodos tradicionales y los métodos actuales viene dada por el cambio de énfasis en la didáctica de la Matemática, que ha pasado de estar centrada en el acto de enseñar a estar centrada en el acto de aprender” (citado en Arrieta, 1998, p. 109). Hemos de ser conscientes de un cambio de rol muy evidente de la figura del docente, que en este sentido ha de formarse y ser capaz de llevar a cabo en mayor porcentaje funciones de acompañamiento y de guía, en contraste con el rol tradicional.

Centrándonos en cómo se ha enseñado matemáticas, se pueden encontrar entre la forma de enseñar y el rendimiento académico como afirma Santaolalla (2009): “el bajo rendimiento escolar en Matemáticas por parte del alumnado no se debe tanto al carácter abstracto de las Matemáticas, sino a las prácticas de enseñanza que se han empleado en las clases de Matemáticas.” (p. 11). En este sentido, si hay que buscar culpables, probablemente se señalaría al lado docente, ya que es habitual que el rol del alumnado sea de tipo pasivo, y que por lo tanto poco puede aportar al propio proceso de enseñanza-aprendizaje.

Además, y reforzado probablemente por las prácticas típicas del docente de corte tradicional, nos encontramos con un enfoque que, por influencia directa del profesorado, prácticamente obliga al alumnado a enfrentarse al aprendizaje de la geometría de la forma que lo argumentan Argüello y Cardeñoso (2005):

El aprendizaje de la geometría en la actualidad ha sido habitualmente memorístico; se aprenden las fórmulas del perímetro, el área o el volumen de polígonos y cuerpos geométricos y las características generales de éstos, pero sin ninguna referencia histórica o deductiva de su origen, ni tan poco de su proyección en la vida cotidiana. En la enseñanza de la Geometría es necesario que el alumno vea la relación entre una disciplina escolar manipulativa y deductivamente en contextos de su vida cotidiana (arquitectura, pintura, logotipos, etc.), para que tenga alguna incidencia formativa en el Siglo XXI (p. 12).

Por otro lado, además de los propios docentes, la forma en la que se aborda la enseñanza de la geometría, tiene que ver con los medios que se utilizan para ello. En líneas generales, y con perfiles generalizados de docentes de estilo tradicional, es interesante analizar lo que esto supone.



Figura 15. Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010, p.14)

Si analizamos la *pirámide de la educación matemática* de Alsina, en la Figura 15, con la cual pretende llevar a cabo una comparación con la pirámide alimenticia (que todos presumiblemente conocemos) y el uso de los diversos recursos para la enseñanza de las matemáticas, nos encontramos muy habitualmente con situaciones en las que “la

inversión del organigrama piramidal que aquí planteamos conlleva también graves problemas: [...] aprendizajes poco significativos, desmotivación, falta de comprensión, etc., y son los que han dado lugar, en términos generales, a una escasa competencia matemática” (Alsina, 2010, p. 14).

A la hora de organizar actividades, y teniendo en cuenta que entendemos el aprendizaje desde el estudio de las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, para organizar las actividades, la UD estará basada en el modelo de dicho autor. Baez e Iglesias (2007), definen las fases de la siguiente forma:

#### *Fase 1: información*

En esta fase de recogida de información tanto del docente como del alumnado, permitiendo al primero realizar una pequeña evaluación inicial del nivel del alumnado, y a los segundos, a entender el propósito de la actividad propuesta.

#### *Fase 2: orientación dirigida*

En este momento, y con la ayuda del docente, los educandos comienzan a investigar sobre la actividad propuesta, comprendiendo y descubriendo las cuestiones propias del campo de estudio que proponen las actividades.

#### *Fase 3: explicitación*

En la fase 3, el alumnado intercambia sus experiencias sobre aquellos conocimientos adquiridos en la materia en cuestión, ya bien con su grupo de trabajo o con el grupo-clase, afianzando con esto el vocabulario y los conceptos propios del nivel de razonamiento que se está alcanzando en ese momento.

#### *Fase 4: orientación libre*

La consolidación de los conceptos es la finalidad de esta fase, a través de actividades que lleven al estudiante a la utilización de los conocimientos, el lenguaje aprendido previamente y nuevas formas de razonamiento.

#### *Fase 5: integración*

En este nivel, el más crucial de todo el proceso de enseñanza-aprendizaje, se pretende integrar el conocimiento con otros campos estudiados anteriormente y aplicarlos a otros contextos, creando así una nueva red de relaciones mentales más compleja, que permita incorporar dicho conocimiento a situaciones de la vida real.

En las actividades propuestas en la UD para el periodo de prácticas, ya se organizaron con respecto a este modelo. Se continuará con la misma sistemática, aunque se modifique otros aspectos que ya analizaremos más adelante, ya que es un modelo aceptado y recomendado por muchos autores, y que permite al docente estructurar las actividades de una forma lógica de acuerdo con esta teoría de aprendizaje. A pesar de

ello, es importante puntualizar, que el modelo de Van Hiele no ha de ser inamovible e inflexible, sino que de acuerdo con Corberán *et al.* (1994):

Ninguna teoría de enseñanza o aprendizaje debe suponer un corsé que dé rigidez a las clases, sino que su aplicación debe ser lo suficientemente abierta como para permitir a cada profesor actuar de forma diferente según las características de sus propios alumnos (p. 29).

De acuerdo con Corberán *et al.* (1994), “el Modelo de Van Hiele sugiere una enseñanza cíclica, en la que una parte de la Geometría se retoma para completar y mejorar su comprensión, utilizando unas formas de razonamiento más sofisticadas que cuando se estudió con anterioridad.” (p. 29). Como resumen, y para aclarar esta idea de modelo cíclico que va completando fases para subir de nivel, se dispone la Figura 16.

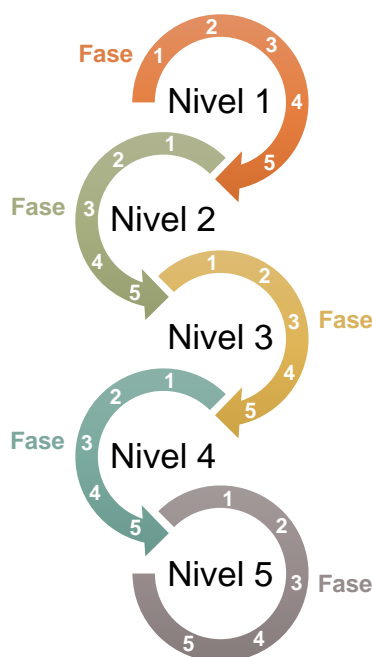


Figura 16. Diagrama cíclico del modelo de Van Hiele (Elaboración propia)

Con el fin de integrar lo descrito por los diversos autores previamente, es interesante analizar la formación del profesorado. Las capacidades y competencias de los docentes, son igualmente importantes a la metodología de la enseñanza.

Si esperamos que los profesores de matemáticas aborden su trabajo diario de manera sistemática y reflexiva, basándose en un conocimiento profesional, entonces ellos deberían conocer y utilizar principios, procedimientos y herramientas que, fundamentados en la didáctica de la matemática, les permitan diseñar, evaluar y comparar las tareas y actividades de enseñanza y aprendizaje que pueden conformar su planificación de clase (Gómez, 2006, p. 2).

La *planificación*, es uno de los aspectos más importantes de la labor docente, así, y de acuerdo con Gómez (2006), existen dos niveles de planificación, la programación a comienzo de curso y la planificación de una UD o sesión de clase. Debido a la naturaleza del este trabajo, nos centraremos en el segundo nivel que el autor describe. En este nivel, el autor propone llevar a cabo una serie de análisis: un análisis de actuación, donde se evalúan las capacidades de los educandos y las dificultades de aprendizaje que se han manifestado hasta ese momento; un análisis cognitivo, donde se lleva a cabo una hipótesis sobre cómo los escolares van a progresar al llevar a cabo las tareas y actividades propuestas; un análisis de instrucción, a través del cual se diseñarán, analizarán y seleccionarán aquellas tareas que van a formar parte del proceso de enseñanza-aprendizaje; y un análisis de contenido, donde se identifican y organizan la multiplicidad de significados de un concepto.

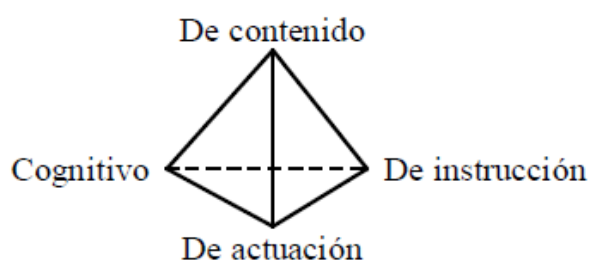


Figura 17. Análisis de los elementos que componen el análisis didáctico (Gómez, 2006, p.12)

Estos cuatro procedimientos que el autor describe, forman al fin y al cabo parte del *análisis didáctico*, a través del cual, los docentes han de diseñar, llevar a la práctica y evaluar las unidades didácticas. Este *análisis didáctico* que hemos descrito, como parte de la planificación de la unidad, y más concretamente del subapartado de *análisis de instrucción*, se incluye el análisis de la metodología que se va a llevar a cabo. Este asunto nos lleva a plantearnos las siguientes cuestiones: ¿cómo se va a enseñar?, ¿con qué materiales se va a enseñar?, ¿han de existir agrupamientos?, ¿cómo se va a evaluar?

### 2.3.1 Aula-taller. Materiales de aprendizaje.

El *Aula-taller*, puede definirse de distintas formas, aunque puede entenderse principalmente como unos espacios abiertos al juego, la experimentación, el aprendizaje y la innovación, incorporando aspectos propios de la ciencia y la tecnología. El fin de estos entornos, es favorecer que se involucren en los procesos de enseñanza-aprendizaje, aspectos como la creatividad, la experimentación, el uso de los sentidos y las capacidades comunicativas.



Así, de acuerdo con Alsina (2008), existen tres alternativas de uso del aula como un laboratorio: “El *aula taller*, como laboratorio fijo, la propia aula, como laboratorio móvil reorganizando periódicamente su espacio interior, y el trabajo de campo que tiene como escenario un gran espacio, ya sea urbanístico o natural” (p.17). Entender que se puede enseñar desde la flexibilidad del aula y los materiales (estructurados y ambientales), puede llevarnos a superar las fronteras arquitectónicas del aula tradicional.

Como resumen de lo que ha de entenderse como aula-taller, encontramos la concepción que Barrantes *et al.* (2013) entienden por laboratorio:

El lema del laboratorio de Geometría es “aprender haciendo”, es decir, el alumno participa activamente en la construcción de su propio conocimiento. Las tareas se proponen de forma que los alumnos aprendan mediante los sentidos de la vista y el tacto, la interrelación entre ellos y la interiorización (p. 6).

Con el fin de entender el significado global de *aula-taller* o *laboratorio*, y en relación con el apartado anterior, donde se describe la organización de las actividades con respecto al modelo de Van Hiele y su lógica para el docente, es interesante llevar a cabo un paralelismo o comparación en cuanto a la estructuración, con una serie de fases que guían la práctica de acuerdo con la propuesta de Alsina (2008):

1. Una *introducción* al tema, para situar al alumno.
2. Dar a conocer los *objetivos*, para enmarcar las acciones a realizar.
3. Una presentación de las *investigaciones* a realizar, adecuadamente graduadas por niveles de comprensión, en las que se induce a manipular, construir, observar, explicar y expresar conjeturas y descubrir distintas relaciones sobre el concepto a tratar.
4. Una *discusión* y *contraste* en gran grupo, para así enriquecer y comunicar los distintos descubrimientos realizados. En este momento el profesor actúa de moderador de cara a establecer conclusiones.
5. Realización y resolución de ejercicios de *utilización* y *consolidación* y de *problemas de extensión y ampliación* (p. 17).

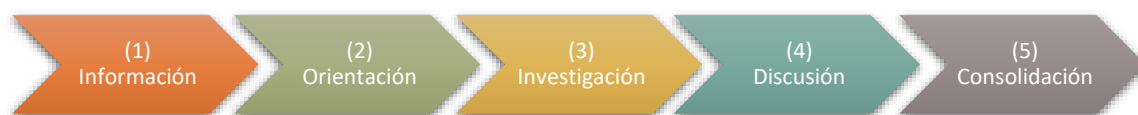


Figura 18. Secuencia organizativa de las actividades en el aula-taller (Elaboración propia)

Observando ambas propuestas secuenciales, se podría decir que existe cierta similitud entre las dos propuestas estructurales, con una clara intención organizativa y lineal. Esta estructura, será el esquema organizativo que seguirá la UD.

Por otro lado, Arrieta (1998), clasifica los *materiales* para la enseñanza de las matemáticas como *estructurados*, entendiendo este bloque de materiales como aquellos que ha sido creados específicamente para ayudar al proceso de enseñanza-aprendizaje; y *ambientales*, es decir, propios del entorno. En este sentido, la utilización de unos recursos disponibles, más allá de lo utilizado tradicionalmente, puede ser interesante. De acuerdo con Alsina (2008), y en la misma línea en cuanto al aprovechamiento de los materiales:

El material didáctico, juega un papel fundamental en la enseñanza-aprendizaje de la Geometría. Su correcta utilización constituye una importante baza en la adquisición de conceptos, relaciones y métodos geométricos ya que posibilita una enseñanza activa de acuerdo con la evolución intelectual del alumno. La estructura de laboratorio es un modelo pedagógico de utilización del material (p. 16).

Es función del profesorado y por lo tanto su responsabilidad, seleccionar aquellos materiales que procuren una enseñanza óptima de la materia en cuestión. “Aunque la tecnología es uno de estos, la utilizan muy poco. El recurso más utilizado es la calculadora. Sin embargo, otros como juegos, uso de material concreto, algún programa computacional especial para geometría y lecturas complementarias son poco utilizadas” (Gamboa y Ballester, 2010, p. 140).

Los materiales didácticos, van más allá del material que el alumno puede manipular desde su mesa o agrupamiento de mesas, la pizarra, el libro de texto o cualquiera de los estándares establecidos en los esquemas tradicionales. Esto no quiere decir que en el proceso formativo no sea necesaria la utilización de estos materiales en determinados momentos, pero si existe la necesidad de la incorporación de otro tipo de *materiales ambientales* tan presentes y aprovechables para el mundo geométrico. En este sentido, el aula-taller no ha de entenderse como algo cerrado por cuatro paredes, sino que el concepto de taller, permite además aprovechar determinados entornos más allá de lo que se entiende como entorno de aprendizaje habitual.

Otro aspecto importante a analizar es, además de las habilidades que el alumnado debe desarrollar, el *rol del docente* dentro del aula-taller, donde caben prácticas y situaciones alejadas de la enseñanza tradicional.

La enseñanza de la geometría debe centrarse en desarrollar, en el estudiantado, habilidades para la exploración, visualización, argumentación y justificación, donde más que memorizar puedan descubrir, aplicar y obtener conclusiones. El cuerpo docente debe interiorizar que en este proceso no es él el principal actor, sino los estudiantes, los cuales deben ser promotores de su aprendizaje a partir de su “guía”, donde las actividades

planteadas y los recursos disponibles faciliten y contribuyan en dicho proceso (Gamboa y Ballester, 2010, p. 140).

En este sentido, el rol del docente ha de revisarse, entendiendo esto como un cambio de paradigma sobre lo que viene siendo el rol de docente tradicional. De acuerdo con Piñero (2020), y reflejado en la Figura 19, el docente tiene un rol muy claro en cuanto a sus funciones en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Al contrario que el matemático, que sigue un proceso de reorganización del conocimiento, generando estructuras de saber descontextualizadas, despersonalizadas, atemporales y sobre todo comunicables. Sin embargo, el docente, partiendo de la base del *conocimiento descontextualizado (saber)*, ha de llevar a cabo primeramente un proceso de *recontextualización o repersonalización del saber*, es decir, que ha de buscar situaciones en las que el saber sean aplicables y que por lo tanto den sentido al saber en cuestión. Una vez hecho esto, se presentarán unas *situaciones o problemas* al educando. Así, siempre y cuando el proceso de personalización se haya producido correctamente, se producirá un *descubrimiento y aprendizaje*, mediante el cual, el educando podrá ser capaz de extraer un conocimiento aplicable en otras situaciones. Con el fin de que esto se produzca, el educando deberá ser capaz, con la cooperación del docente, de llevar a cabo el proceso inverso llevado a cabo por el docente inicialmente, es decir, que ha de *redespersonalizar y redescontextualizar* el saber que se ha producido. Si no se lleva a cabo este último paso, el educando no podrá generar a partir de la experiencia de aprendizaje, un conocimiento descontextualizado, de carácter universal y que pueda ser reutilizable, es decir, el saber.

El rol del docente descrito por Piñero (2020) tiene relación directa con el proceso de aprendizaje propuesto por Van Hiele, ya que sigue el mismo sistema concatenado de hechos necesarios para generar saber y conocimiento. De acuerdo con la teoría de Van Hiele, el saber se desarrolla siguiendo también un modelo cíclico, atravesando una serie de fases que llevan al educando a adquirir el conocimiento. Las cinco fases del modelo de Van Hiele (*Información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración*), siguen el mismo hilo conductor del proceso de enseñanza aprendizaje que el modelo propuesto por Piñero (2020). Ambos comienzan en la introducción de la información por parte del docente, para pasar a una fase intermedia de experimentación con el problema propuesto, y para terminar en *integrando o re-descontextualizando* el conocimiento. Ambos modelos, sustentan la idea de que es un sistema sólido y por lo tanto, servirá como base para el desarrollo de la mejora de la UD inicial.

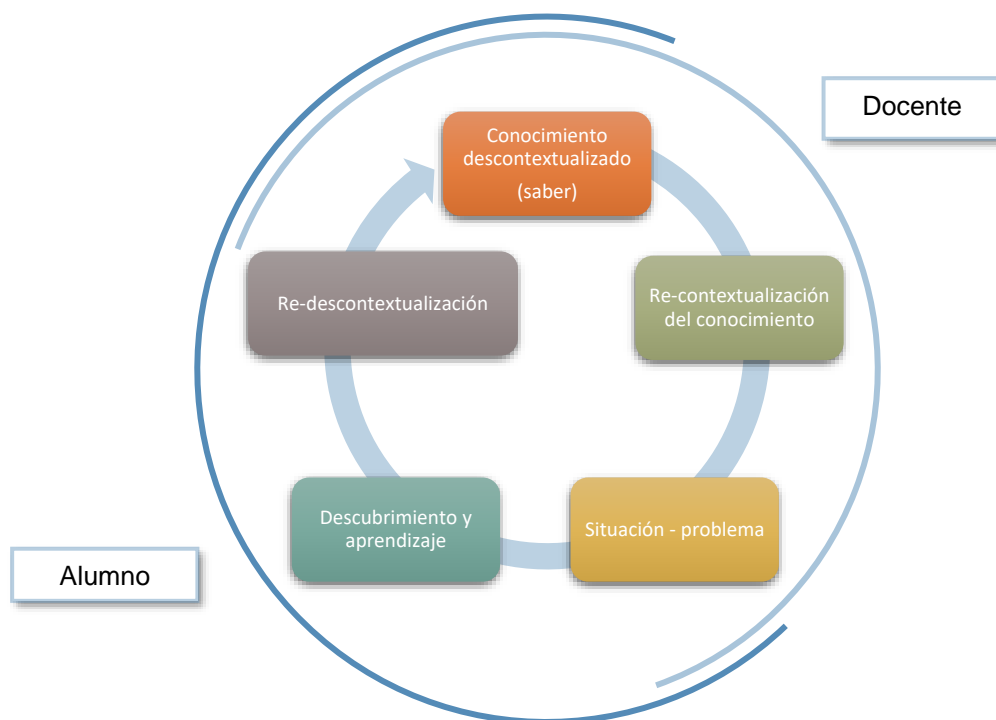


Figura 19. Ciclo de descontextualización y recontextualización del conocimiento en conexión con la relación docente/alumno (basado en Piñero, 2020, p. 304)

### 2.3.2 Actividades manipulativas

El material didáctico que se puede incorporar al proceso de enseñanza-aprendizaje es probablemente una de las cuestiones más relevantes en el campo geométrico. La utilización de *materiales manipulables e interactivos*, pueden causar efectos positivos en el ambiente educativo. En este sentido, Villarroel y Sgreccia (2005) argumentan que “la manipulación dinámica de objetos concretos permite hacer descubrimientos geométricos propios y construir mentalmente los objetos matemáticos correspondientes, poniendo en juego en este proceso diversas habilidades geométricas” (p. 75), además, de acuerdo con Arrieta (1998), el uso de material manipulativo facilita y favorece la comprensión y visualización de los conceptos, al tratarse de soportes físicos que ayudan a la formación de imágenes mentales, que pueden ser la clave para la para el aumento de la motivación y la mejora de la actitud positiva hacia las matemáticas. Hitt (1997, citado por Quintero, 2014), afirma que:

La manipulación, por parte del estudiante, de representaciones matemáticas les proporciona los medios para construir imágenes mentales de un objeto o concepto matemático, y la riqueza de la imagen conceptual construida dependerá de las representaciones que el estudiante haya utilizado (p. 10).

En la misma línea, Barrantes y Balletbo (2012), llevan a cabo una reflexión con respecto a los materiales:

Por otra parte, los materiales constructores o contruidos como el papel, espejos, cubo soma, rompecabezas de Pitágoras, vienen a ayudar en el aprendizaje y la enseñanza de los conceptos geométricos y nos muestran que en este nivel de Secundaria también es necesaria la manipulación, pero más basada en la exploración y la investigación.

Pero no solamente los materiales, sino que, diferentes actividades y experiencias en las que se enfoca un problema a través de la historia [...], o donde se habla de construcciones humanas no como una ciencia aislada, sino como una herramienta útil y necesaria para el desarrollo de otras partes de las Matemáticas u otras ciencias. En la misma línea, no podemos olvidar que esta materia esta también íntimamente ligada al Arte, en sus distintas manifestaciones como pintura, escultura... (p. 37).

Teniendo en cuenta lo expuesto por estos autores, se considera, para la elaboración de la mejorar de la UD, indispensable incorporar el uso de los materiales de tipo manipulativo, tan adecuado como recurso didáctico para la enseñanza de la geometría.

### 2.3.3 Conexión mano-inteligencia.

Me es indispensable considerar esta cuestión, quizás por mi formación universitaria y experiencia profesional previa a este Máster. Además, como especialista en arquitectura para la docencia, han influido diversos aprendizajes y reflexiones de algunos sabios con respecto a esta cuestión. Asimismo, durante mi etapa universitaria, se ha reforzado la idea y por lo tanto la experiencia de que la mano es una extensión de la mente, ya bien sea por medio del dibujo o por la manipulación de objetos (maquetas físicas o virtuales). Considero la mano como traductora de lo externo, de acuerdo con Montessori (1982), que afirma que “El verdadero “carácter motor” ligado a la inteligencia, es el movimiento de la mano al servicio de la inteligencia para ejecutar trabajos” (p. 136).

Además, como parte de mi proyecto final de carrera, durante el cual desarrollé un proyecto titulado *Lugar para la Infancia*, llevé a cabo diversas investigaciones sobre el aprendizaje y los medios para ello, el contexto arquitectónico, la importancia del mobiliario y otras cuestiones. Asimismo, durante mi trayectoria profesional, he tenido el placer de diseñar y participar en el proceso constructivo (como dirección de obra) en diversas edificaciones para todas las etapas educativas. Durante este proceso he colaborado, tanto con profesionales de la educación como con el propio alumnado, los cuales nos transmitían sus necesidades con el fin de incorporarlas de forma efectiva a los diversos proyectos. Sin duda, durante esta experiencia, fui capaz de interiorizar la idea de que es indispensable la incorporación de los sentidos, y en muchos casos de dibujos o elementos tridimensionales (maquetas), que ayudaran a comprender y a poder participar de forma activa en las diferentes cuestiones geométricas que en ocasiones se

estaban tratando. Además, la manipulación de las mismas, poniendo en colaboración dos sentidos indispensables para el aprendizaje como son la vista y el tacto, dan lugar a experiencias mucho más enriquecedoras para los diferentes procesos.

Así, teniendo en cuenta mis experiencias previas, y siendo consciente de que Montessori no trata la etapa educativa que se está trabajando en este monográfico, me es indispensable incorporar esta idea. La importancia de la conexión entre la mano y la inteligencia, va a tomar un papel muy relevante en el diseño de la UD, dándole a esta relación el protagonismo propio de algo que se considera indispensable para el correcto aprendizaje de la geometría, como bien afirma Montessori (1982):

La mano es un órgano elegante y complicadísimo de estructura, que permite las manifestaciones intelectuales y establece relaciones especiales con el ambiente: el hombre, puede decirse, que “toma posesión del ambiente con sus manos” transformándolo con el auxilio de su inteligencia, cumpliendo su misión de esta manera, en el inmenso escenario del universo (p. 136).

En la misma línea, esta cuestión sobre la conexión entre lo sensorial y la generación de conocimiento, estará presente en el diseño de las tareas y la UD. Así, y de acuerdo con lo que propone Barrantes (2003), “Las tareas se proponen de forma que los alumnos aprendan mediante los sentidos de la vista y el tacto, la interrelación entre ellos y la interiorización” (p. 11).

Por lo tanto, y aunque pueda parecer baladí incorporar a esta autora en este trabajo, ya que su investigación está centrada en fases más tempranas de desarrollo del conocimiento, es de vital importancia en la concepción de esta UD. Montessori, nos permite entender la importancia de incorporar la manipulación de los objetos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría. La incorporación de procesos con una naturaleza más activa y de experimentación, puede ayudarnos a entender en qué fase de lo que propone el matrimonio Van Hiele estamos situados, y por consecuencia, a seguir avanzando en las fases de aprendizaje que esta teoría propone. Ser competente espacialmente implica conocer las figuras geométricas, el entorno geométrico que nos rodea y la conexión de estos conceptos con su aplicación en la vida real. Es así, por medio de los sentidos del tacto y la vista como mayores protagonistas, como hemos de enfocar el desarrollo de la UD didáctica, aunque sin duda, mucho más allá de papel y lápiz, y de los límites del aula.

### 2.3.4 Tecnologías de la información y la comunicación. Adaptación digital

De acuerdo con Fortuny (1998, citado en Barrantes, 2003), se pueden proponer diversas actividades haciendo que los alumnos participen de la realidad, entendida como recurso. Así, además de los materiales como actividades manipulativas, juegos o mecanismos, se pueden introducir los recursos tecnológicos (audiovisuales, fotografía, informáticos, etc.), ya que estos pueden actuar como “provocador de situaciones” (p. 45), las cuales pueden generar aprendizaje.

En contraposición, aunque también como complemento al apartado anterior, y atendiendo a las reflexiones de Clements y Battista (1992, citado en Barrantes, 2003):

Los dibujos son importantes porque pueden hacer que los alumnos intuyan y comprendan algunas ideas geométricas, pero hay que tener cuidado de que no formen ideas erróneas del concepto. Es mejor manipular que dibujar pues el inconveniente de aquellos es que no son flexibles o modificables de una forma dinámica, salvo que utilicemos dibujos de programas de ordenador (p. 17).

Esta cuestión, refuerza el uso de materiales manipulables ya existentes, no sujetos al error de la representación manual, aunque también elogia el uso del dibujo, y su conexión con la inteligencia que Montessori propone. Así, será importante entender lo positivo de cada una de las herramientas tenga y complementarlas entre ellas. En este sentido, entra a escena el uso de las tecnologías, ya que puede optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje en determinados momentos.

Con esto, y con la situación sanitaria actual, la manipulación directa de objetos compartidos y actividades en grupo con interacciones directas y cercanas entre los educandos, han de ser tratadas con total precaución. Así, y de acuerdo con los beneficios que proponen diversos autores, la introducción de la tecnología y de la modificación de las actividades propuestas en la UD original, nos acercan a la idea global de *adaptación digital* de determinadas prácticas propuestas en dicha UD.

La introducción de las TIC, sin embargo, ha de tratarse con cautela, ya que como afirma Aguilar (2012):

Las llamadas Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) han irrumpido en las aulas desde hace ya algún tiempo, aunque no siempre de manera exitosa, pues en muchos casos se suele confundir el medio con el fin, o bien, se espera que éstas logren resolver toda clase de problemas pedagógicos por el simple hecho de incluirlas en el salón de clases (p. 802).

En esta misma línea, las TIC han de ser introducidas correctamente, de acuerdo con Gros y Contreras (2006):

Cuando hablamos de la integración de las tecnologías en la educación, éstas suelen ser presentadas desde la mirada del cambio y de la innovación. Sin embargo, las TIC pueden usarse de una forma completamente tradicional sin cambiar ni alterar metodologías y concepciones educativas (p. 110).

Así, es importante puntualizar, que la incorporación de las TIC o la adaptación digital de ciertas actividades, no han de llevarnos por el camino de *traducir* las actividades a un entorno digital, sino que han de tener un sentido pedagógico en sí mismas, y han de optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Por lo tanto, y haciendo referencia a Barrantes y Balletbo (2012) el aprendizaje significativo de la geometría, también se puede reforzar con el uso de las tecnologías. La fotografía y los programas informáticos, proporcionan a la enseñanza un carácter dinámico y sobre todo muy visual.

### *La fotografía y las matemáticas*

Barrantes *et al.* (2016), definen la idea de fotografía matemática como “aquella en la que aparece algún concepto matemático o un objeto que se pueda relacionar con algún concepto matemático” (p. 2) y evidencian además “la relación que existe entre la fotografía y la Matemática, y en particular con la Geometría. Conceptos como paralelismo, simetría, razón áurea, perspectiva, proyección, escala, proporción, ritmo, etc. pueden ser bien expresados mediante la imagen fija” (p. 2). Nos encontramos, por lo tanto, ante una herramienta muy potente, susceptible de incorporar como herramienta de trabajo de tipo tecnológico en nuestra aula-taller, que permite experimentar en diversos ambientes con la matemática que encontramos en la vida real. El alumnado, no va a intuir una actividad de este tipo como un problema, sino como un reto, seguramente lleno de emoción y motivador:

La obtención de una fotografía matemática es para el alumno, la realización de un problema, que en principio no tiene una solución clara ni estrategia evidente. En los momentos de realización de las fotografías, el alumno observa que debe tener en cuenta todo su conocimiento matemático inmediato y de otras materias como son el medio natural y social, el arte, conocimientos fotográficos, etc. para construir la estrategia concreta que le lleve a la solución (Barrantes *et al.*, 2016, p. 3).

Son diversos los objetivos los objetivos que se pueden perseguir con la fotografía matemática, aunque entre otros, se pueden conseguir, como enumera E. González (1989) los siguientes: “Sacar la matemática de la clase propiamente dicha;



identificar conceptos matemáticos en la realidad; relacionar la Matemática con el Arte y la Literatura; y hacer ver al alumno que la Matemática existe en la realidad cotidiana” (p. 46).

### *Sistemas de Geometría Dinámica. GeoGebra y las matemáticas*

La manipulación de los objetos geométricos y la adaptación digital de la propuesta para este TFM, nos lleva a la incorporación de los *Sistemas de Geometría Dinámica (SGD)*. De acuerdo con González (2001):

En este marco de construcción del conocimiento, la enseñanza de la geometría utilizando un SGD está basada en la resolución de problemas, con una perspectiva en la que los alumnos tienen la posibilidad de explorar, descubrir, reformular, conjeturar, validar o refutar, sistematizar; en definitiva, ejercer el papel de investigadores sobre cada contenido que se pretende adquirir (p. 279).

Esta variante de trabajo, con un gran potencial en el ámbito geométrico, nos permite reforzar la idea de que el educando es el protagonista de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, hemos de entender que el SGD no es una mera traducción del lenguaje del libro o del papel y el lápiz a una pantalla, sino que se ha de incorporar un verdadero cambio con respecto a la enseñanza tradicional, ya que su incorporación tiene una serie de condicionantes sobre las acciones del alumnado, que supone en la práctica la forma de aprender (Assude y Capponi, 1996).

Sin embargo, la cuestión es bastante más profunda, ya que la utilización de los SGD, podría llevarnos a la “idea errónea de que mostrar el dibujo de una construcción geométrica y “moverlo” es suficiente para que el alumno deduzca una determinada propiedad geométrica invariante por el movimiento, dado que el sistema sólo ofrece soporte gráfico” (González, 2001, p. 282). Por lo tanto, y de acuerdo con Hitt (1998) se ha de profundizar en dicha cuestión por parte del docente, fomentando en el alumnado la reflexión sobre el significado de las diferentes percepciones visuales dinámicas que les ofrece el software matemático, con la finalidad de que se puedan establecer correctamente las relaciones entre lo representado en la aplicación y su representación fuera de la misma.

Por otro lado, en este cambio de paradigma, se refuerza de nuevo la idea de un “cambio del papel del profesor desde la postura de director de la clase y dispensador de información que tiene en un ámbito tradicional, hacia un papel de copartícipe, apoyo, co-aprendiz, facilitador y asesor en el progreso de los alumnos.” (González, 2001, p. 288). El docente, ha de llevar a cabo funciones muy diferentes, entre otras cosas, debe “sugerir contraejemplos ante decisiones erróneas, animar al progreso y fomentar la

autonomía del alumno, enmarcar las decisiones particulares en un ámbito geométrico global, institucionalizar y descontextualizar” (González, 2001, p. 288).

Por lo tanto, y teniendo en cuenta que la utilización de programas informáticos en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría, es una herramienta ya presente en la docencia. La utilización de GeoGebra para la mejora de la UD, podría ser sustituido por otros de los muchos disponibles. La cuestión principal de la utilización de este tipo de software informático, es que permite lo que se ha tratado en los apartados anteriores, la manipulación de los objetos geométricos (o SGD) y la conexión entre la mano y la inteligencia que propone Montessori.

In particular, virtual manipulatives present a somewhat unique learning environment that combines the characteristics of several representational forms within the virtual applet. This allows teachers and students to use not only one representational form but several representational forms in ways that are dynamic and responsive to the learner. [En particular, la manipulación virtual supone un entorno único de aprendizaje, que combina las características de las distintas formas de representación con la aplicación virtual. Esto permite tanto al docente como al alumno usar no solamente una única forma de representación, sino que permite diversas representaciones, de forma dinámica y que interaccionan con el alumno] (Moyer *et al.*, 2008, p. 13).

Por otro lado, y por entender la posible evolución que puede sufrir la unidad didáctica hacia una digitalización, podríamos comparar la diferencia entre las manipulaciones físicas y las manipulaciones virtuales. Así, de acuerdo con Moyer *et al.* (2008), cuando se utilizan elementos manipulativos físicos, el educando invierte parte del esfuerzo en la extracción de las ideas matemáticas, mientras que el uso de las aplicaciones virtuales, permiten involucrar los sentidos y hacen que las ideas matemáticas formen parte de forma explícita del proceso de aprendizaje. Además, los recursos manipulativos físicos, no permiten una interacción específica y directa con el educando, mientras que las herramientas virtuales, sí que reaccionan a las acciones manipulativas y son capaces de proporcionar una retroalimentación al educando. Esta cuestión puede permitir que el usuario pueda ser más capaz de centrarse en la parte matemática de la tarea (p. 14).

Sin embargo, y aunque conocemos de la existencia de numerosos programas informáticos relacionados con las matemáticas, y que permiten crear situaciones experienciales para el aprendizaje, GeoGebra tiene una serie de características que lo hacen intuitivo y sencillo para su uso en esta etapa educativa. Los entornos digitales de trabajo, como puede ser GeoGebra, permiten la manipulación virtual de los objetos geométricos, con un potencial mucho mayor que los materiales manipulativos físicos

tradicionales. Se trata, por lo tanto, de acuerdo con Reid y Etcheverry (2014), de un programa con mucho potencial:

GeoGebra posibilita la percepción de características en las figuras, además su dinamismo ofrece la posibilidad de manipular los objetos de estudio, permitiendo poner en evidencia aspectos invariantes de estos, es decir, en un gráfico se pueden desplazar algunos elementos que lo constituyen, y se obtienen nuevos gráficos que puede o no conservar las características del inicial, lo anterior da cuenta de algunas ventajas que se tienen con la geometría dinámica, y que en comparación con la geometría estática permite la generalización por medio de la manipulación (p. 299).

Además, y en particular este programa nos permite “visualizar, repetir, comunicar y comprobar propiedades a partir del movimiento de las figuras. Lo cual es necesario para que los alumnos obtengan una firme comprensión de las relaciones geométricas dando particular énfasis al estudio de las figuras y sus propiedades” (Reid y Etcheverry, 2014, p. 294).

### **2.3.5 Agrupamientos. Trabajo cooperativo. Atención a la diversidad.**

En este apartado, estudiaremos cómo puede afectar el trabajo cooperativo en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Estableceremos los efectos positivos de esta forma de trabajar y la atención a la diversidad. Posteriormente estudiaremos los tipos de agrupamiento y sus ventajas e inconvenientes.

#### *Efectos del trabajo cooperativo en el aprendizaje de las matemáticas*

Son numerosos los estudios que avalan la incorporación de este tipo de prácticas en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. De acuerdo con Davidson (1990), el aprendizaje cooperativo debería ser implementado de forma más habitual en las clases de matemáticas, ya que permiten que los conceptos y las habilidades sean aprendidos de forma más efectiva como parte de un proceso dinámico, con una participación activa por parte de los estudiantes. Esta cuestión, tiene una influencia directa en la confianza del alumnado sobre sus capacidades matemáticas. La interacción y el trabajo activo, permiten mejorar la atmósfera del grupo-clase, además de incorporar las relaciones interpersonales al propio proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

De acuerdo con Eisenhauer (2007), los educandos sienten más confianza para intervenir y participar en las discusiones formando parte de un grupo pequeño, que frente a toda la clase. Son numerosos los beneficios del uso de las técnicas cooperativas de aprendizaje en el área de las matemáticas debido a diversas razones: “When done

correctly, cooperative learning tends to promote student relationships, more positive attitudes toward mathematics and the teacher, and greater self-confidence in a student's mathematics abilities.” [Aplicado correctamente, el aprendizaje cooperativo mejora las relaciones entre los estudiantes, aparecen actitudes más positivas con las matemáticas y los docentes, y se produce una mejora en la confianza del educando sobre sus habilidades matemáticas] (Eisenhauer, 2007, p. 10).

Desde la perspectiva de Ausubel (1983), existe una clara relación entre la aplicación de técnicas cooperativas y el aprendizaje significativo, eje central de su discurso. Así, la relación existente entre el aprendizaje cooperativo y significativo radica en que se producen relaciones de interacción entre los conocimientos existentes en la estructura cognitiva y las nuevas experiencias, dando lugar a aprendizajes significativos, los cuales son integrados en la estructura cognitiva.

### *Trabajo cooperativo y atención a la diversidad*

Tras la breve experiencia en contacto directo con el alumnado del centro de prácticas, es inevitable observar cómo son sus comportamientos, reacciones y la sensación que transmiten durante el transcurso de las clases. El centro en el que se desarrollaron las prácticas, se caracteriza por un contexto socio-económico muy diverso. Sin duda, conviene atender la diversidad presente en el aula, con presencia de alumnado con NEAE y NEE, con necesidad de adaptaciones idiomáticas, o con altas capacidades. Estas cuestiones requieren de un especial esfuerzo y atención, con la finalidad de poder adaptar las dinámicas de trabajo a todo el alumnado que forma parte de un grupo-clase. La diversidad, ha de ser entendida como un elemento más a integrar dentro de la práctica educativa, y es responsabilidad del profesorado atender estas necesidades.

La diversidad en el aula, proviene de muy diversas fuentes, como bien aclara Casanova (citado en Ramos y Martínez, 2010), y pueden tener origen en: las *características generales* (estilos cognitivos distintos, ritmos de aprendizaje diferente, distintas motivaciones, intereses diversos); las *diferencias de capacidades* (altas capacidades, capacidades medias o bajas capacidades); o en las *diferencias sociales* (desconocimiento de la lengua, pertenecer a un entorno social desfavorecido o pertenecer a minorías étnicas). Estas diferencias, han de suponer una base en los criterios para establecer los grupos, y es importante que estén presentes en la organización del grupo-clase, de lo contrario:

Se saca, así, a la luz uno de los peligros inherentes a la clasificación de los alumnos en grupos: en este caso, el relativo a que a los grupos destinados a itinerarios «más bajos» sean asignados alumnos de minorías étnicas o condiciones socioeconómicas más

desfavorecidas. Y ello, sin duda, constituye un claro mecanismo de segregación y un atentado a la equidad educativa (M. T. González, 2002, p. 171).

La forma de trabajar en el aula, fomentando la componente social del aprendizaje, puede ser, si se utiliza correctamente, sinónimo de inclusión, de atención a la diversidad, y de mejora del rendimiento de los grupos, teniendo en cuenta la heterogeneidad de los educandos que pueden componer un grupo clase.

De acuerdo con los estudios sobre el aprendizaje cooperativo de Johnson *et al.* (1999), quedan enumeradas una serie de metas de esta forma de trabajo:

En primer lugar, lo ayuda a elevar el rendimiento de todos sus alumnos, incluidos tanto los especialmente dotados como los que tienen dificultades para aprender. En segundo lugar, lo ayuda a establecer relaciones positivas entre los alumnos, sentando así las bases de una comunidad de aprendizaje en la que se valore la diversidad. En tercer lugar, les proporciona a los alumnos las experiencias que necesitan para lograr un saludable desarrollo social, psicológico y cognitivo (p. 4).

### *Los tipos de agrupamiento.*

Las dinámicas de trabajo de tipo cooperativo, se puede clasificar con respecto al tiempo que estos grupos están dispuestos. Teniendo en cuenta la naturaleza del trabajo que va a desarrollarse, no se pueden establecer grupos de trabajo a largo plazo como sería ideal, de acuerdo con numerosos autores, sino que partiremos de la base, de acuerdo con Johnson *et al.* (1999), de grupos *de tipo formal* (con trabajos desde una hora a varias semanas de clase) y con *grupos de tipo informal* (para solo una clase). Si se llevase a cabo una programación global del curso, lo ideal sería trabajar con *grupos de trabajo base que duren todo el curso*. Otra de las cuestiones más interesantes a analizar, es cómo conformar los grupos de trabajo:

No existe ninguna dimensión ideal para los grupos de aprendizaje cooperativo. La cantidad conveniente de miembros dependerá de los objetivos de la clase, de las edades de los alumnos y su experiencia en el trabajo en equipo, de los materiales y equipos a utilizar y del tiempo disponible para la clase. Los grupos de aprendizaje cooperativo suelen tener de dos a cuatro miembros. La regla empírica a aplicar es: “cuanto más pequeño sea el grupo, tanto mejor”. En caso de duda, al docente le conviene formar pares o tríos de alumnos (Johnson *et al.*, 1999, p. 17).

Con la finalidad de mostrar la importancia de incorporar el trabajo cooperativo en los procesos de enseñanza-aprendizaje, Domingo (2008) y Johnson *et al.* (1999), enumeran los *pilares fundamentales del trabajo cooperativo* (ver Figura 20): la *interdependencia positiva*, mediante la cual los estudiantes entienden que no pueden

lograr el éxito si el resto de componentes no lo consiguen; la *exigibilidad individual* o *responsabilidad individual*, que predispone a que cada alumno se haga consciente de la realización de su parte del trabajo grupal; la *interacción cara a cara*, cuyo objetivo es que se promueva el éxito individual dentro del propio grupo, ayudándose, alentándose y felicitándose mutuamente; las *habilidades cooperativas* o *técnicas interpersonales*, con una clara componente social, donde se trabajan cuestiones como el liderazgo, las habilidades comunicativas, la resolución de conflictos, y la capacidad de decisión y de generar confianza dentro del propio grupo; y para terminar, el *autoanálisis* o *autoevaluación del grupo*, situaciones en las que el grupo tiene que analizar la consecución de metas o la optimización del trabajo para situaciones futuras.



Figura 20. Los componentes esenciales del aprendizaje cooperativo (elaboración propia, basado en Johnson et al., 1999, p. 9)

Observar estas cuestiones, y alentar para que se produzcan durante el desarrollo de las clases, es labor del docente, con un rol multifacético, cuya competencia principal es poner en funcionamiento estos elementos básicos para que los grupos sean realmente cooperativos.

La intención, y de acuerdo con estos autores, es introducir bajo un criterio y base teórica adecuada (conociendo ventajas y desventajas, posibles dificultades y formas de aplicación) los distintos tipos de agrupamientos para el desarrollo de la UD, como forma de extraer el potencial de la componente social en el aprendizaje, atender a la diversidad y garantizar un *entorno inclusivo*.

En cuanto a tipos de agrupamiento, se podría prestar especial atención a sus ventajas y desventajas, ya bien se trate de grupos homogéneos o heterogéneos. Partiendo de la base de que el alumnado es diverso, y atendiendo a “la utopía de la homogeneidad” (Martínez, 1998, p. 86), intentaremos entender qué situaciones son susceptibles de la formación de grupos homogéneos o heterogéneos. En la Tabla 7, del Anexo IV, se lleva a cabo una tabla que recoge las ventajas e inconvenientes de las agrupaciones homogéneas y heterogéneas.

Es importante destacar, de acuerdo con Calatayud (2018), González (2002), Johnson *et al.* (1999) y Tinajas (2008), que el agrupamiento homogéneo no es lo más adecuado, y se tiende a utilizar de forma natural las agrupaciones de tipo heterogéneo, desde un punto de vista generalista. Sin embargo, en determinados momentos puede ser interesante el uso de agrupaciones de tipo homogéneo, con el fin de garantizar una atención más concreta por parte del docente, por ejemplo, en procesos preliminares de la adquisición de conocimiento. En el Anexo IV, como complemento a los tipos de agrupamiento homogéneo y heterogéneo, se lleva a cabo la Tabla 8, que recoge las ventajas e inconvenientes propias de cada tipo de agrupación (grande o pequeño), de acuerdo con Johnson *et al.* (1999).

En esta línea, y de acuerdo con las investigaciones llevadas a cabo por Pons *et al.* (2014), podemos establecer las relaciones que se establecen entre los componentes del grupo, y justificar de nuevo la decisión de un tipo de agrupamiento u otro. En sus investigaciones, establecen tres tipos de relaciones entre los componentes de un grupo de aprendizaje cooperativo: “Peer tutoring, cooperative learning, and peer collaboration” [tutoría entre iguales, aprendizaje cooperativo, y colaboración entre iguales.] (Damon y Phelps, 1989, p. 1). Cada una de estas variantes, muestra ser adecuada para determinadas situaciones.

En sus estudios, Pons *et al.* (2014), establecen tres posibles situaciones en cuando a los contenidos matemáticos a desarrollar en un aula. Una primera posibilidad serían los bloques que tratan contenidos ya trabajados en cursos anteriores (como es el caso de esta UD); una segunda posibilidad sería tratar contenidos nuevos, pero con bases en materia trabajada anteriormente; y una tercera posibilidad, que sería la introducción de contenidos completamente nuevos y desconocidos para el alumnado. De acuerdo con las investigaciones realizadas, para la primera situación, la mejor estrategia de agrupamiento, sería la de colaboración entre iguales (*peer collaboration*), lo cual justifica lo ya descrito anteriormente en cuanto a los agrupamientos homogéneos.

The explanation to this phenomenon can be found in the fact that students taking part in that relationship had a significant knowledge beforehand as they all had proven sufficient command on the knowledge of said block contents in the previous academic year. In this case, the instructional context demands a type of learning where the cognitive needs only demand a development of the “growth” and “adjustment” schemes, as the modifications to be produced in the student’s cognitive structure do not imply a structural change, as the concepts and procedures to be initiated by the student so as to solve the situation/problems are essentially the same, albeit with a higher degree of complexity and precision and, at most, only demands the differentiation of schemes or the integration of these schemes in other previously existing, but more general ones (Pons *et al.*, 2014, p. 837).

Por lo tanto, y de acuerdo con Pons *et al.* (2014), podemos decir que para los casos en los que las estructuras cognitivas solo requieren de *crecimiento* o *ajuste* del conocimiento ya existente (como es el caso de esta UD), es decir, que no se requiere de un *cambio estructural*, la colaboración entre iguales sería lo más adecuado. En estos casos, los problemas o actividades a realizar son esencialmente los mismos que los resueltos en cursos anteriores, aunque con un mayor grado de complejidad, y que requieren una mayor precisión en su resolución. En resumen, nos encontramos ante unos conceptos que en su mayoría han de incorporarse a esquemas conceptuales preexistentes, los cuales tienen una naturaleza más general a la que se espera obtener al final del proceso de enseñanza-aprendizaje propuesto.

Por otro lado, Freudenthal (1991), defendía la idea de que un contexto heterogéneo refleja las condiciones óptimas para el desarrollo de los diversos procesos de enseñanza-aprendizaje. Para poder atender de forma adecuada un contexto heterogéneo, es imprescindible que las actividades sean accesibles a todos y resolubles no solo en un único nivel de dificultad (ergo atender a la diversidad). La función del docente en todo este proceso es el de *orquestrar* la interacción, de forma que se generen situaciones óptimas para la participación, el debate genuino o la reflexión.

En el caso de este TFM, se aplicará en determinados momentos el trabajo por grupos relativamente homogéneos, pero siempre cuando se trabaje por parejas y en tareas del inicio de la UD. Además, estas parejas, cuyos componentes pueden ser relativamente homogéneos entre sí, formarán parte de un grupo mayor, el cual sí que será heterogéneo. Lo ideal es entender qué momentos requieren qué agrupamientos, y siempre partir de la base de garantizar la inclusión y la atención a la diversidad del aula.



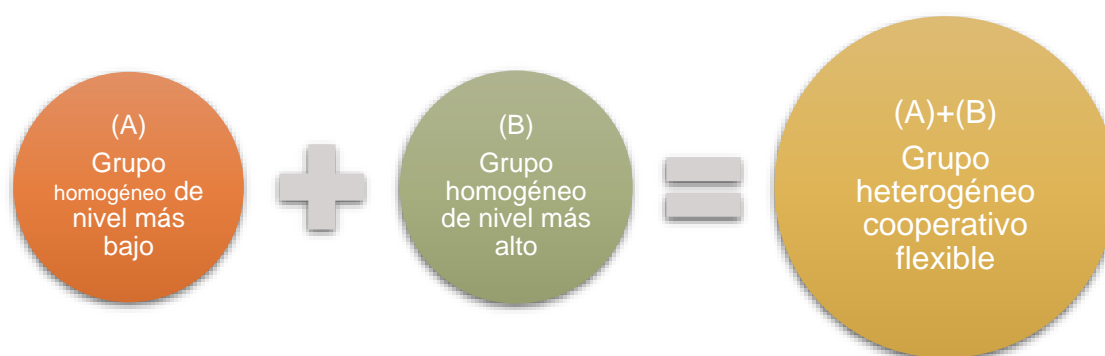


Figura 21. Agrupamientos “homogéneos” como subgrupos de un grupo heterogéneo (elaboración propia)

En resumen, y después del estudio de las ventajas y las desventajas de los distintos tipos de agrupaciones, entendemos que introducir el concepto de *agrupamiento flexible*, puede suponer ayudarnos a encontrar el equilibrio dependiendo de la actividad que estemos realizando. Así, será conveniente en determinadas actividades la organización en grupos grandes, de tipo heterogéneo; o en parejas o grupos pequeños, más homogéneos. Este punto de partida, pretende que se pueda guiar de forma más pormenorizada los distintos niveles de los componentes del grupo, y ayudar a que sean los propios componentes los que ejerzan de gestores de la heterogeneidad y la diversidad. La aplicación de esta premisa de agrupamiento flexible y de trabajo cooperativo, tienen como objetivo ser la base de la atención a la diversidad, de forma que los educandos alcancen todas las competencias propias de la disciplina matemática independientemente de sus capacidades cognitivas o discapacidades, de sus rasgos culturales, o de su estatus social.

### 2.3.6 La evaluación

Mejorar la UD, implica además llevar a cabo una reflexión sobre la evaluación, que permita desligarnos de lo propuesto por las metodologías tradicionales, generalmente reducidas a una prueba escrita, que no sirve para evaluar, sino simplemente para calificar. De acuerdo con Azcárate *et al.* (2017): “La evaluación, no puede quedar recluida a una función acreditativa. Ha de ser entendida en su contexto, en el engranaje del proceso educativo, con una función ambiciosa pero clara, la regulación del proceso y de los elementos que lo componen” (p. 50).

Un correcto uso de las herramientas evaluativas, puede proporcionar información tanto al alumnado, porque sirve “para que los alumnos conozcan y controlen lo que saben y no saben, y ser conscientes de cómo van aprendiendo” (Azcárate, 2006, p. 3), y para los docentes, “pues nos permite conocer mejor nuestra actuación y nos da indicadores sobre su resultado” (Azcárate, 2006, p. 3). Este *carácter dual de la evaluación*, es

generalmente obviado o infravalorado en los procesos de enseñanza-aprendizaje, y a lo largo de este TFM, se pretende introducir esta cuestión.

Conviene a la hora de plantearnos lo que significa evaluar, llevar a cabo una reflexión sobre el significado de evaluación, y por lo tanto hemos de responder a una serie de cuestiones, como bien nos sugiere Cardeñoso (2006): “*qué y por qué* hemos evaluado y, *cuándo, cómo y con qué* lo hemos realizado, siempre y cuando tengamos claro *los para qué* hemos evaluado” (p. 4).

Evaluar es una tarea compleja, y su función final no es obtener una calificación, a pesar de que esa sea resultado del propio proceso. Se puede, por lo tanto, utilizar herramientas evaluativas que no formen parte de la calificación, pero que sirvan como herramienta de medición del nivel de consecución de los objetivos. En cuanto al alumnado, su integración en el proceso evaluativo es indiscutible, a pesar de lo que suele ser habitual:

Integrar al alumnado, sea del nivel que sea, en el proceso de evaluación supone una ruptura tan fuerte con nuestras ideas y creencias profesionales que conlleva necesariamente romper las reglas del sistema y crear nuevas relaciones y finalidades en la práctica educativa, para integrar en ella, realmente, la acción evaluativa (Azcárate *et al.*, 2017, p. 48) .

Tipologías como la autoevaluación, la coevaluación o la heteroevaluación, han de formar parte de los procesos de enseñanza-aprendizaje, y se pretende, en este TFM ayuden a la optimización los mismos. Sin embargo, es importante puntualizar ciertas debilidades, que justifican su uso moderado, o con determinadas intenciones. De acuerdo con Cáceres y Chamoso (2019), habría que observar que “las valoraciones de los estudiantes, tanto en *Autoevaluación* como en *Coevaluación*, fueron diferentes que la *Evaluación* del profesor; en casi todos los casos los estudiantes fueron más generosos, sobre todo en *Autoevaluación*.” (p. 367), generalmente por una clara existencia de “laxitud en la aplicación de criterios por parte de los estudiantes, o una gran dificultad o desinterés en la valoración del propio trabajo” (Lin *et al.*, 2001, citado en Cáceres y Chamoso, 2019, p. 367). Además, en el desarrollo de estas prácticas, “puede influir el grado de amistad de las personas del grupo valorado u otros factores personales” (Ibarra *et al.*, 2012, citado en Cáceres y Chamoso, 2019).

Por lo tanto, cuestionarse el concepto que tenemos de evaluación, es esencial en la educación, sobre todo si se pretende innovar. En ese sentido, haremos de la siguiente afirmación una cuestión a tener muy en cuenta en el desarrollo de este TFM, de acuerdo con Azcárate (2006), “reconstruir el significado de la evaluación y pasar a enfrentarse a

ella, por encima de todo, como un tema central en la relación entre profesor y los alumnos, insoslayable para promover un aprendizaje significativo del conocimiento matemático” (p. 32).

### 2.3.7 Mapas conceptuales

La introducción de mapas conceptuales en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, son una herramienta que a priori puede ser subestimada, pero que permite al docente analizar diversas cuestiones. Esta herramienta permite al docente entender cómo se está estructurando el conocimiento en la mente del alumnado y poder analizar posibles obstáculos o dificultades en el aprendizaje. De acuerdo con Serradó *et al.* (2004), los mapas conceptuales permiten identificar y poder trabajar sobre los diferentes obstáculos que propone Brousseau (1983), y que ya se han tratado en apartados anteriores, más en concreto sobre los obstáculos epistemológicos, didácticos y ontogénicos.

Los mapas conceptuales, han de entenderse herramientas que cumplen diversas funciones, por lo tanto, hemos de entenderlos como un “instrumento que facilita la evaluación formativa” (Moreira y Novak, 1988, citado en Serradó *et al.*, 2004, p. 311). Además, podemos utilizarlos como instrumentos evaluativos “útiles en la detección de errores conceptuales y en la expresión de la evolución, a lo largo del tiempo, del conocimiento de los alumnos” (González y Jáuregui, 1992, citado en Serradó *et al.*, 2004, p. 311). Por último, pueden ser un medio para poder detectar posibles errores conceptuales sobre el conocimiento previo, que pueden convertirse en “importantes obstáculos para el desarrollo del pensamiento creativo y crítico” (González *et al.*, 2001, citado en Serradó *et al.*, 2004, p. 311).

Sin duda, el mayor reto de los mapas conceptuales es entender para qué puede ser de utilidad. Como propone Rivadulla *et al.* (2015), con los mapas conceptuales “los profesores y los alumnos disponen de un recurso útil para organizar, sintetizar y comunicar lo que saben sobre un tema determinado” (p. 1249). Así y de acuerdo con Galván (2018), hemos de entender los mapas conceptuales “como instrumentos de evaluación que permitan determinar si tras la aplicación de un recurso educativo concreto se produjo un aprendizaje conceptual y actitudinal” (p. 4). Por consecuencia, se establece la idea de plantear esta herramienta como un acompañante de los procesos de conceptualización de las figuras geométricas, donde los tipos de figuras (con todas sus variaciones), sus propiedades y sus características, son el eje conceptual estructurador de la UD.

De forma más general, y de acuerdo con Galván (2018), una buena estrategia para evaluar los mapas conceptuales es establecer dos niveles de evaluación. Un primer nivel, de carácter cuantitativo, y un segundo nivel de carácter cualitativo (p. 10). Para ello, y concretando, hemos de responder a las cuestiones de qué y cómo evaluar. Para responder a la primera pregunta, podemos evaluar los mapas conceptuales con respecto a una serie de categorías: impacto visual y orden, niveles de jerarquía, ramificaciones, cantidad de conceptos, cantidad de conectores o relaciones. (Fernández y Rodríguez, 1995; Galván, 2018; Rivadulla *et al.*, 2015). Y para contestar a la segunda cuestión, hemos de establecer herramientas evaluativas que nos permitan estudiar la consecución de dichos objetivos.

### 3. VALORACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

De forma previa a llevar a cabo una reflexión teórica sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, conviene hacer un breve repaso de la UD original. Este repaso nos puede ayudar a entender los aspectos positivos del diseño original, los cuales serán revisados y optimizados. Además, y con el fin de poder entender las partes en las que la UD debe mejorar, se analizarán también aquellos elementos negativos que están presentes en el diseño inicial.

A pesar de llevar a cabo un diseño de una UD, partiendo desde la base de la inexperiencia y posiblemente de la ingenuidad en cuanto a la docencia, en la propuesta inicial se pueden encontrar una serie de *elementos positivos*. Estas cuestiones, analizadas en base a la literatura existente sobre buenas prácticas educativas, se pretende poner en valor para el desarrollo de la mejora de la UD que propondremos más adelante.

Podemos decir, por lo tanto, que la propuesta supone sin duda una búsqueda continua del *dinamismo en el aula*, huyendo de las situaciones observadas en diferentes grupos y diferentes docentes durante el primer periodo de prácticas. Por otro lado, y desde el punto de vista del profesor crítico, como bien enuncia Trillo (1994), podemos decir que se planteó una postura con un interés profundo sobre el *cómo*, el *qué*, el *porqué* y el *para qué* de los procesos de enseñanza-aprendizaje. En relación a la actitud como docentes, se refleja una continua necesidad de reflexión crítica y de análisis sobre nuestra práctica y la de los demás. Con esto, podemos decir que la UD inicial, busca *salir de lo tradicional* con el fin claro de la *motivación*. Con la intención de reforzar la cuestión anterior, y salir de la enseñanza tradicional, incorpora *actividades de naturaleza activa y participativa*.

Si atendemos al desarrollo de las actividades. Pretende con algunas de las actividades *conectar las matemáticas con la vida real*, y pretende *diluir los límites físicos del aula*, con el fin de conectar lo que se aprende dentro del contexto donde se aprende con las experiencias personales fuera del centro educativo. En este sentido, otro de los puntos positivos más importantes, es la incorporación y la puesta en valor de la *componente social del aprendizaje* en la mayoría de las actividades que se proponen.

Por último, se incorporan formas de entender las matemáticas fuera de un libro de texto y una pizarra, incorporando elementos propios de las *tecnologías de la información y la comunicación*.

Sin embargo, y a pesar de las bondades que se pueden encontrar en la propuesta, se evidencian numerosos *elementos negativos* en los que la UD podría mejorar. La *poca flexibilidad con respecto al tiempo* de las actividades es un elemento a mejorar. Esta cuestión supondría encontrarse con situaciones en las que el tiempo sea insuficiente para llevar a cabo las sesiones como se había planificado. En cuanto a lo anterior, se puede relacionar con el desconocimiento sobre *rol del docente* o de los roles de los componentes de los grupos de trabajo, ya que estos no son del todo claros en el desarrollo de las actividades.

En cuanto a los procesos de enseñanza-aprendizaje, existe un desconocimiento de estas cuestiones con respecto a la geometría, por lo que *no se conocen los errores* que pueden cometerse con las que se enfrenta el alumnado. A su vez, las *dificultades de aprendizaje* de la geometría se desconocen, lo cual podría afectar negativamente a la planificación de las actividades y de la organización del grupo-clase.

Si atendemos a cómo el alumnado se enfrenta a la materia en cuestión, no se establece una *necesidad de adquirir conocimientos*, con una base histórico-epistemológica, que motive al alumnado a entender que las cuestiones propias del conocimiento matemático y geométrico, ayudan a resolver problemas de la vida diaria. Además, algunas de las actividades propuestas son abstractas (sin obviar que la matemática en determinados momentos es abstracta) y con una *desconexión de la realidad* a veces demasiado acusada.

Sobre la *evaluación*, se podría decir que no está del todo optimizada, pudiendo esta acompañar más en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y hacer más partícipe a los propios alumnos del proceso evaluativo, como forma de entender su propia evolución.

Si atendemos al uso de las *tecnologías de la información y la comunicación*, se incorporan tímidamente en los procesos de enseñanza-aprendizaje propuestos, aunque

de forma muy aislada, solamente en una actividad, lo cual no supone una verdadera inmersión en este aspecto.

Con esto, establecemos una pincelada de cuáles son los puntos positivos y los problemas detectados en la UD original. En el siguiente apartado, se plantean unos objetivos a raíz del análisis de la propuesta original. Así, y en referencia a un marco teórico, se pretende responder a las preguntas planteadas, con la finalidad de llevar a cabo una propuesta de mejora de dicha UD, objetivo final de este TFM.

## 4. PROPUESTA INNOVADORA

La mejora de la UD original (Anexo I), propuesta para el periodo de prácticas en centros educativos, tendrá como resultado la siguiente UD mejorada. La UD original, no será modificada en su totalidad, sino que se llevará a cabo una reelaboración de la misma, manteniendo algunos aspectos, modificando otros de forma superficial, y otros llevando a cabo una reestructuración más profunda.

Las innovaciones propuestas en la nueva UD, y debido a la situación excepcional que ha supuesto la situación sanitaria, parten de la base de una profunda revisión bibliográfica, llevada a cabo anteriormente.

La propuesta de mejora e innovación resultante, encuadrada en el curso de 1ºESO de Matemáticas, será titulada como: *Enseñar geometría: “¡así no hay forma!”*. En esta UD desarrollará los contenidos propios del bloque de geometría en el primer curso de la Educación Secundaria Obligatoria.

### 4.1 JUSTIFICACIÓN

Con esta UD y a través de diversas estrategias, se pretende primeramente mejorar aquellas carencias presentadas en la UD original. Para ello, y por medio de distintas situaciones dentro y fuera del aula, se propone ante todo conectar la geometría con la realidad.

La finalidad es conseguir que el alumnado, con la ayuda del docente y el establecimiento de un rol muy claro, sea capaz de extraer de las distintas experiencias conocimientos aplicables en otras circunstancias, es decir, de generar saber. La conexión entre la historia y epistemología de las matemáticas, presente en la UD, permitirá reforzar esta idea de conexión entre geometría y realidad, contextualizando el saber.

Con este mismo fin, se desdibujarán los límites físicos del aula, para que el alumnado sea capaz de sacar de esta sus experiencias y, por lo tanto, de conectar el saber con la realidad a través de la manipulación física o virtual de los objetos geométricos. Se

entiende que existe una relación directa entre la mano y la inteligencia, por lo que esto será básico para el desarrollo de las distintas experiencias que se proponen. Para ello, como complemento a los objetos físicos y como medio en sí mismo para generar aprendizajes, se incorporarán las TIC, que además de permitir adaptar determinadas actividades a la situación sanitaria, permiten atender cuestiones como son la motivación en el alumnado.

Además, entendiendo que la convivencia es otro aspecto fundamental de la enseñanza, se trabajará con una fuerte presencia social durante los procesos de enseñanza-aprendizaje, entendiendo la cooperación como algo fundamental durante el transcurso de la UD. La evaluación, formará parte de esta cuestión, haciendo partícipes de forma continua al alumnado y al docente, entendiéndola como una herramienta que nos acompaña durante los procesos de enseñanza-aprendizaje.

## 4.2 PLANIFICACIÓN DE LA ENSEÑANZA

En este apartado y para planificar la enseñanza, es necesario establecer unos objetivos de la propuesta, además de señalar cuáles son los contenidos a tratar y qué competencias se van a desarrollar con los mismos. Asimismo, debemos identificar cuáles son los criterios de evaluación y qué herramientas se van a establecer para su control.

Con la finalidad de mejorar la UD original (Anexo I), y una vez hecho un recorrido teórico, como parte de la planificación de la enseñanza, se establecen los objetivos, contenidos y competencias a desarrollar. Las competencias se mantienen con respecto a la UD original, mientras que los objetivos se verán modificados con respecto a la UD original. Por último, los contenidos serán repensados y clasificados en conceptuales, procedimentales y actitudinales.

Es evidente la conexión existente entre todos estos elementos, aunque para ello es importante puntualizar y aclarar cómo están relacionados. Así, podemos entender que los contenidos establecidos por la legislación, son la base que nos van a permitir que el alumnado adquiera las competencias y, además, consiga alcanzar los objetivos establecidos en esta UD. Con la finalidad de poder medir (evaluar) la consecución de estas cuestiones, la legislación establece una serie de criterios de evaluación, que a través de los estándares de aprendizaje se permitirá evaluar su consecución.

Por lo tanto, podemos establecer dos vías de calificación. La primera vía, nos permite estudiar el *perfil competencial del alumnado*, cuestión clave a tener en cuenta en esta etapa educativa. En esta UD, establecemos unos indicadores de logro dentro de las

herramientas evaluativas (rúbricas, listas de control, etc.), que nos permiten establecer dicho nivel competencial. La segunda vía nos permite estudiar *la consecución de los objetivos* establecidos para la UD, que describiremos en los siguientes apartados.

#### 4.2.1 Competencias a desarrollar en la propuesta.

Las competencias a desarrollar en esta propuesta, se corresponden con las de la UD original, ya que se considera que son las adecuadas para esta etapa educativa. A continuación, se enumeran y describen las competencias clave descritas en la Orden ECD/65/2015 y que se tendrán en cuenta para el desarrollo de la propuesta. Se procede además en la Tabla 1, a describir cómo influyen las matemáticas en la consecución de dichas competencias clave. Al final de la UD, se procederá a la medición del perfil competencial del alumnado a través de la Tabla 9 del Anexo V, una cuestión clave en esta etapa educativa.

**Tabla 1**

*Competencias clave*

CL	Competencia lingüística
	Las matemáticas contribuyen directamente a la adquisición de la comunicación lingüística, mediante la utilización de la expresión oral y escrita para la comunicación de las ideas. Así, es importante que en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que se profundice en estas dos cuestiones. El lenguaje matemático, es en sí mismo, un vehículo comunicativo de ideas, que destaca por la precisión y capacidad para la transmisión de ideas, debido a la riqueza y profundidad de su lenguaje.
CMCT	<i>Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.</i>
	El currículo de 1º de ESO de matemáticas, contribuye directamente a la adquisición de esta competencia, ya que la utilización del pensamiento matemático, para describir la realidad y manipularla, forman parte del objetivo de aprendizaje. La geometría, además, contribuye al desarrollo de la competencia básica en ciencia y tecnología, ya que permiten mejorar la capacidad de diferenciar formas, relaciones y estructuras geométricas. Por otro lado, mejora la capacidad de visión espacial y la capacidad de visualizar y transferir formas tridimensionales entre el plano y el espacio.
CD	Competencia digital
	Esta competencia se trabaja con la incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación a los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. La interacción entre los lenguajes digitales y matemáticos son un vehículo más para la adquisición de esta competencia.
AAP	Aprender a aprender
	La heurística relacionada con la adquisición de esta competencia, tiene que ver con el desempeño de ciertas destrezas relacionadas con la matemática como pueden ser la autonomía, la sistematización, el análisis crítico, la valoración del conocimiento o la capacidad para comunicar los resultados de un trabajo.



CSC	Competencias sociales y cívicas
	El trabajo en equipo, y la relación educando-docente en el ámbito matemático, tienen que ver de forma directa con la adquisición de esta competencia. La necesidad de ser competente socialmente, es muy importante para poder valorar un punto de vista o el trabajo ajeno objetivamente en relación con el nuestro.
SIEE	Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor
	La capacidad necesaria para la realización de las actividades, en la que se deben utilizar estrategias personales como la toma de decisiones, la organización, la resolución de retos o la proactividad, influyen en el desarrollo de esta competencia.
CEC	Conciencia y expresiones culturales
	Las matemáticas, como disciplina histórica y cultural de la humanidad, y en especial en el ámbito geométrico, influyen en la adquisición de esta competencia. La geometría nos permite entender las manifestaciones artísticas de la humanidad, influyendo por lo tanto en la comprensión del mundo que nos rodea y su belleza implícita.

Fuente: Elaboración propia.

Además de las competencias clave, se consideraron en la UD original y se van a seguir considerando, las Competencias Matemáticas de Niss recogidas en la Tabla 2, y descritas de forma más detallada en la Tabla 12 del Anexo V. Estas competencias, ahondan en las capacidades a desarrollar de la *Competencia matemática* y *competencias básicas en ciencia y tecnología* (CMCT) propuesta por la legislación actual, y nos acompañarán en el diseño y desarrollo de las distintas actividades que se van a proponer:

**Tabla 2**

*Competencias de Niss*

PM	Pensar matemáticamente
PyRPM	Plantear y resolver problemas matemáticos
MM	Modelar matemáticamente
AM	Argumentar matemáticamente
REM	Representar entidades matemáticas (objetos y situaciones)
USM	Utilizar símbolos matemáticos
CMCM	Comunicarse con las matemáticas y comunicar sobre matemáticas
UAyH	Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo nuevas tecnologías)

Fuente: Niss (2003)

Nos encontramos, por lo tanto, con dos niveles de competencias, unas competencias de tipo más general propuestas por la legislación que abordan no solo la componente matemática, y una profundización en la CMCT a través de las competencias de Niss,

que nos permiten ahondar en la componente propia de la disciplina matemática. Para entender qué competencias se trabajan en cada una de las actividades y sesiones propuestas en la UD, se elabora la Tabla 13 del Anexo VII.

#### 4.2.2 Objetivos de la propuesta

Los objetivos generales y los contenidos propuestos en la UD original, tienen como base de referencia la legislación actual, desde el nivel estatal hasta el nivel autonómico. Así, los objetivos de la etapa educativa son los recogidos en la Orden de 14 de julio de 2016, y descritos la Tabla 10 del Anexo VI. Además, en el BOJA del 28 de julio de 2016, se definen unos objetivos propios de la materia, también enumerados en la Tabla 11 del Anexo VI.

##### *Objetivos específicos*

En cuanto a los *objetivos específicos*, se decide llevar a cabo una modificación de lo propuesto en la UD original. Estos objetivos específicos (ampliados), están íntimamente relacionados con los contenidos conceptuales, actitudinales y procedimentales establecidos para esta etapa.

**Tabla 3**

*Objetivos específicos*

OE1	Triángulos y cuadriláteros. Identificar elementos como ángulos, lados, vértices, ejes de simetría, etc. Clasificarlos correctamente. Cálculo de áreas y perímetros
OE2	Polígonos. Identificar elementos como ángulos, lados, vértices, simetrías, etc. Clasificarlos correctamente. Cálculo de áreas y perímetros
OE3	Circunferencias y círculos. Identificar aquellas propiedades geométricas que los caracterizan. Identificar elementos como el radio, el diámetro, cuerda, etc. Cálculo de áreas y perímetros
OE4	Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas. Utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución
OE5	Reconocer las figuras en el entorno de la vida real. Identificar los distintos polígonos en las distintas actividades propuestas y en el entorno inmediato
OE6	Resolver problemas que conlleven el cálculo de longitudes y superficies del mundo físico y relacionados con la vida real

Fuente: Elaboración propia.

### 4.2.3 Contenidos a desarrollar en la propuesta.

Los contenidos propuestos en la UD original, se consideran correctos para el desarrollo de la propuesta de este monográfico. Los contenidos mínimos, son los establecidos por la legislación, y recogidos en la Orden de 14 de julio de 2016.

**Tabla 4**

*Contenidos mínimos*

CM1	Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales
CM2	Clasificación de triángulos y cuadriláteros
CM3	Medida y cálculo de ángulos de figuras planas. Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas
CM4	Cálculo de áreas por descomposición en figuras simple
CM5	Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares
CM6	Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas

Fuente: Orden de 14 de julio de 2016

Los contenidos a desarrollar, basados en la legislación y en la programación del centro de prácticas, sufren una leve modificación con respecto a la UD original, por lo que se decide reorganizar los mismos en tres bloques de contenidos: conceptuales, procedimentales y actitudinales. El primer bloque, tiene como objeto los principios, leyes y teorías que constituyen el cuerpo de conocimiento del contenido que estamos tratando en la UD. En el segundo bloque se incluyen aquellas estrategias, habilidades y destrezas de distinta naturaleza que permiten al alumnado descubrir, interpretar y comprender la realidad que los rodea. Por último, en el tercer bloque, se incluyen aquellos principios, valores, normas y actitudes que son susceptibles de ser incorporados en el proceso de enseñanza-aprendizaje para solucionar o prevenir algunos de los problemas de la sociedad actual.

**Tabla 5**

*Contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales*

TABLA DE CONTENIDOS DE LA UD
Contenidos conceptuales (saber)
Triángulos, cuadriláteros y polígonos. Vocabulario y propiedades
Círculo y circunferencia. Vocabulario y propiedades
Áreas y perímetros de las distintas figuras geométricas

<b>Contenidos procedimentales (ser)</b>
Triángulo. Capacidad para interpretar las distintas posibilidades de representación del mismo y su correspondiente clasificación
Cuadriláteros. Capacidad para interpretar las distintas posibilidades de representación de los mismos y su correspondiente clasificación
Identificación de los objetos geométricos en el entorno cercano, visualizando las partes que lo forman, y sus propiedades
Utilización de las nuevas tecnologías para la manipulación de los objetos geométricos y la resolución de las actividades propuestas
Capacidad de composición y descomposición de formas complejas en formas simples
Profundización en los problemas planteados, observando posibilidades de variación del problema o realizándose preguntas sobre su resolución en distintos contextos
Aplicación de los conceptos aprendidos en las actividades de tipo conceptual en otras actividades con situaciones realistas
<b>Contenidos actitudinales (saber hacer)</b>
Valorar la necesidad del dominio de un lenguaje geométrico adecuado para la comunicación y resolución de problemas
Valorar el conocimiento geométrico para su uso en situaciones de la vida cotidiana
Superación de situaciones de bloqueo o inseguridad
Tolerancia al error. Aprendizaje del error
Solidaridad con el grupo de trabajo. Ayudando a los compañeros y respetando los ritmos del resto de componentes del grupo. Respeto sobre la opinión y forma de trabajar de los demás
Proactividad en la realización de las actividades propuestas
Valorar el uso de herramientas tecnológicas para la resolución de problemas

Fuente: Elaboración propia

#### 4.2.4 Sistema de evaluación

La evaluación que se propone para esta propuesta didáctica mejorada, está influenciada por lo visto previamente en el análisis teórico. Por lo tanto, el objetivo principal, es evitar que la evaluación sea algo terminal, sino que ha de acompañar tanto al alumnado como al docente durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La evaluación es el ámbito de poder más significativo del profesor, es un arma que, según su uso en el aula, se puede convertir en un instrumento a favor del aprendizaje o en un simple medio de presión sobre el alumnado (Azcárate, 2006, p. 3).

Además, se señala la importancia de entender que la evaluación acompaña tanto al aprendizaje como a la enseñanza, y por lo tanto se debe evaluar, además, el desempeño de la función docente, con la finalidad de poder implementar futuras mejoras.

Con la intención de entender la naturaleza de cada herramienta de evaluación, en la Tabla 14 del Anexo VIII, se recoge unos criterios de clasificación de acuerdo con Cardeñoso (2006). Posteriormente, en la Tabla 15 del Anexo VIII, se clasifican las herramientas de evaluación del alumnado, y en la Tabla 16 del Anexo VIII, se clasifican las herramientas de evaluación del docente. Esta clasificación, de acuerdo con Cardeñoso (2006), organiza las diferentes herramientas propuestas, dependiendo del momento de realización, de la función de los mismos, de sus intervinientes y según los términos de comparación.

### *Herramientas para evaluar al alumnado*

- *Rúbricas.* Se elaboran rúbricas para garantizar la evaluación objetiva y equitativa de todo el alumnado. Se diseñan rúbricas para la evaluación del desempeño individual y grupal durante las actividades (Tabla 17 del Anexo IX); para la evaluación del Portfolio digital (Tabla 18 del Anexo X); y para la evaluación de la tarea final “Renueva tu patio” (Tabla 19 del Anexo XI).
- *Lista de control.* Para la evaluación del mapa conceptual, se lleva a cabo una lista de control, recogida en la Tabla 20 del Anexo XII, que pretende medir cuestiones tanto cuantitativas como cualitativas en la realización del mismo. Para la evaluación continua del desarrollo del portfolio durante las diversas actividades que se van proponiendo, y como forma de poder retroalimentar al alumnado el desarrollo del mismo. Se utilizará durante todo el proceso, y se pretende así que se vaya evolucionando en la calidad del producto final (ver Tabla 21 del Anexo XIII).
- *Diana de autoevaluación.* Se propone esta herramienta como una forma de hacer autocrítica por parte del alumnado, para analizar su propio desempeño durante el desarrollo de la unidad y trabajar sobre la autoconciencia para la mejora futura (Anexo XIV).
- *Prueba individual.* No entendida como en la UD original, probablemente influenciada por las creencias adquiridas durante nuestra propia enseñanza, o de lo que tradicionalmente se entiende como prueba escrita. En esta UD mejorada, se entiende la prueba individual como una forma de evaluar la capacidad de descontextualización y recontextualización del conocimiento por parte de los alumnos, y de poder observar si estos son capaces de aplicarlos en otras situaciones que no sean una réplica de las actividades desarrolladas en clase. Así, no se entiende esta prueba como un medio para obtener una calificación, de algo cerrado y con una sola respuesta, sino que, de acuerdo con Azcárate (2006):

Se ha de procurar que la resolución de estas pruebas implique el planteamiento de cuestiones y situaciones en las que el alumno deba aplicar y generalizar los conocimientos adquiridos, siempre de forma creativa y que no supongan una repetición mimética de las actividades realizadas en el aula (p. 9).

Se mantiene la idea de llevar a cabo una prueba, intercalando una sesión intermedia de debate, para realizar posteriormente la prueba de nuevo, con el fin de ofrecer al alumnado la posibilidad de identificar sus errores, aprender de ellos y, por lo tanto, apuntalar las ya destacadas capacidades de descontextualización y recontextualización del conocimiento en una prueba escrita que refleja el desempeño individual del alumnado.

#### *Herramientas para evaluar al docente*

- *Lista de control.* Con esta herramienta, una lista de control para autoevaluar el desempeño docente, se podrá analizar de una forma objetiva y crítica el desempeño de sus funciones durante la UD, con el fin de aprender de los errores y de las carencias que hayan podido aparecer durante el desarrollo de la unidad (ver Tabla 22 del Anexo XV).
- *Cuestionario.* Se propone un cuestionario para la evaluación del docente a cumplimentar por el alumnado a través de la plataforma Quizizz, y que servirá para evaluar la experiencia sobre la UD y como información sobre el desempeño docente (ver Tabla 23 y Figura 23 del Anexo XVI).

#### **4.2.5 Criterios de evaluación**

En el apartado 8 del Anexo I, encontramos los *Criterios de evaluación* y los *Estándares de aprendizaje evaluables* establecidos por la legislación, y que serán los que aplicaremos también en esta UD mejorada. La calificación obtenida al final de la unidad, se obtendrá con la compilación de los siguientes elementos, y sufre una profunda modificación con respecto a la UD original. En dicha unidad, existía una evidente influencia producida por la propuesta del departamento de matemáticas, que nos coaccionaba a la hora de establecer otras formas de evaluar y calificar. Así, se propone lo siguiente:

- *Trabajo individual y en grupo (20%).* Durante el desarrollo de las diversas actividades, y con el desempeño individual y grupal, se pretende valorar los elementos propios de la actitud, participación y trabajo en clase.
- *Portfolio digital (20%).* Este elemento, entendido como guía del aprendizaje, y reflejo del trabajo que se lleva a cabo en las distintas actividades, se convierte en

protagonista durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. El portfolio será valorado de forma continua y servirá al docente para entender la evolución del alumnado, y a estos a reflejar lo aprendido y así poder recibir retroalimentación sobre lo trabajado por parte del docente.

- *Mapa conceptual (10%).* El *mapa conceptual*, o lo que se denominaba en el IES Saladillo como *el esquema* (ver extracto del diario de prácticas en el Anexo II) se incorpora a la lista de elementos que servirán para calificar el desempeño del alumnado durante la UD. Se entiende el mapa conceptual como un reflejo de la capacidad del alumnado para descontextualizar lo trabajado e intentar reflejar la generalización del conocimiento, que permitirá a estos poder aplicarlo en otros contextos. Esta herramienta evaluativa, entendida como acompañante durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje, permite al docente observar la evolución de la formación de los conceptos, pudiendo retroalimentar al alumnado sobre la adquisición y generalización del conocimiento. Este mapa conceptual, formará parte del portfolio, pero se calificará de forma independiente. Durante la sesión en la que se trabajan los mapas conceptuales, se debatirá sobre la correcta realización del mismo y las distintas propuestas de los distintos grupos con el fin de poder aclarar posibles errores u obstáculos sobre el aprendizaje que se hayan observado, y así poder modificarlos para la prueba escrita del final de la unidad.
- *Tarea final. Renueva tu patio (25%).* Entendiendo que esta actividad engloba muchos de los contenidos a trabajar en esta UD, se le quiere dar una importancia mayor. Se trata de una prueba en la que se ponen en práctica los conocimientos adquiridos previamente en forma de aplicación, que permite observar al docente que el alumnado sea capaz de descontextualizar lo aprendido previamente para aplicarlo a esta experiencia.
- *Debates y estudio de resultados (10%).* Durante estas dos sesiones, una al finalizar la tarea final, y otra sesión en la sesión entre ambas pruebas escritas, se pretende poner en práctica los conocimientos aprendidos, de forma global y participativa, con el docente como guía y moderador. Además, en la sesión intermedia entre las pruebas escritas, sirve al docente para mostrar la evaluación realizada sobre la primera prueba, analizar los errores cometidos y así retroalimentar al alumnado con el fin de beneficiar a todo el grupo. En estas sesiones se valorará la participación activa del alumnado, el uso del lenguaje correcto y la posible evolución en el conocimiento erróneamente adquirido.

- *Prueba individual (25%).* Como complemento al resto de herramientas que se utilizan para evaluar y calificar al alumnado, se opta por una prueba individual, ya que es una buena forma de observar el desempeño de cada educando en las actividades que se proponen, y así entender la evolución y el aprendizaje producido durante la UD. No se propone una prueba escrita tradicional, sino que se proponen pruebas más flexibles en cuanto a las soluciones y que pretenden evidenciar la capacidad de descontextualización y recontextualización del conocimiento adquirido.

### 4.3 METODOLOGÍA

En esta mejora de la UD original, se busca la optimización y perfeccionamiento, entre otros aspectos, de la metodología empleada. Así, se recogen los siguientes principios metodológicos como guion en el desarrollo de la propuesta:

#### *Metodología activa*

Ante la pasividad percibida en el primer periodo de prácticas por parte del alumnado, se pretende aplicar una metodología más activa que la presenciada. La participación del alumnado en las distintas experiencias que se proponen, es de naturaleza más dinámica. Se persigue repercutir en la motivación del alumnado, y así mejorar el rendimiento. Se entiende que existe una conexión directa entre la manipulación (física y digital) de objetos, y el desarrollo del conocimiento, por la relación que existe entre la mano y la inteligencia, reforzando la importancia de la participación activa.

#### *Trabajo cooperativo*

El trabajo en grupos, de distinto tamaño y tipo, se convierte en uno de los ejes centrales de la mejora de la UD, entendiendo con la nueva propuesta la importancia de los distintos roles dentro de los grupos o de las ventajas y desventajas de cierto tipo de agrupaciones, pudiendo entender mejor de qué forma utilizar esta componente metodológica. Se establecen diferentes tipos de relaciones dependiendo de la materia que se esté tratando dentro del ámbito matemático, siendo unas más efectivas que otras dependiendo del contenido a tratar: “Peer tutoring, cooperative learning, and peer collaboration” [tutoría entre iguales, aprendizaje cooperativo, y colaboración entre iguales.] (Damon y Phelps, 1989, p. 1). Se entiende, además, que existe una componente esencial dentro de los procesos de enseñanza-aprendizaje, como es la componente social del aprendizaje que tan importante es para entender la convivencia como sociedad, tanto con los compañeros, docentes, familias y demás elementos que participan en la comunidad educativa.



### *Adaptación digital*

La incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación ya estaba presente en la UD original, pero en esta mejora, se profundiza más en la necesidad de incorporarlas como medio en sí mismo para generar conocimiento. La tecnología, además, nos permite en la situación sanitaria que vivimos y en una sociedad cada vez más digitalizada, abordar la enseñanza desde otra perspectiva y con innumerables beneficios.

### *Actividades contextualizadas*

En la mayoría de las ocasiones, y tras lo presenciado en el periodo de prácticas, existe una desconexión entre lo que se trabaja en clase y la vida real. Para ello, proponemos un modelo de aula-taller, donde se desdibujan además los límites físicos del aula. Con esto se pretende experimentar de forma directa con elementos reales y contextualizados, con el trabajo en el exterior como complemento al trabajo en el aula. Se introducen además en los procesos de enseñanza-aprendizaje los elementos históricos, que permiten conectar el conocimiento con la realidad y sus orígenes, entendiendo la importancia que estos tienen para la vida real.

## **4.4 DESARROLLO DE LA PROPUESTA. SECUENCIACIÓN**

En este apartado, se describe la dinámica de las sesiones que se proponen en la mejora de la UD. Se proponen una serie de actividades, organizadas en tres bloques, con un bloque inicial de introducción, un bloque intermedio de desarrollo de experiencias, y un bloque final de reflexión-evaluación.

### **4.4.1 Bloque inicial. Conocimientos previos**

#### *Sesión 1. Actividad 0. Introducción y evaluación inicial.*

Esta sesión, entendida como una sesión introductoria, pretende evaluar los conocimientos previos del alumnado con una prueba individual, a modo de concurso por medio de la plataforma digital *Quizizz*, disponible en el Anexo XVII.

Además, en la segunda parte de la misma se llevará a cabo una descripción sobre: El desarrollo de la UD, los contenidos de la misma, recursos necesarios y sobre el sistema de evaluación (Portfolio digital, trabajo individual y en grupo, tarea final, mapa conceptual, autoevaluación, debates y pruebas escritas).

La idea de esta sesión, es transmitir al alumnado la necesidad de la adquisición de unos conocimientos con un objetivo final, el de la tarea final *Renueva tu patio*. En base a esto, se pretende transmitir una necesidad de adquirir conocimientos para resolver un

problema al inicio de la unidad, en la misma línea que ha ocurrido desde un punto de vista histórico-epistemológico a lo largo de la historia de la humanidad. Las matemáticas han de ser entendidas como una herramienta para resolver problemas de la vida real, base de la corriente de la EMR. El propósito de toda la UD, es formarnos en una serie de cuestiones matemáticas, para poder resolver un problema real, la renovación del patio del centro. Esta cuestión se ha de transmitir claramente al alumnado durante esta sesión, con la finalidad de que entienda el porqué de la necesidad de adquirir los conocimientos que se van a ir adquiriendo a lo largo de la UD.

#### 4.4.2 Bloque intermedio. Actividades

En este bloque intermedio, se concentran las cinco experiencias educativas propuestas en forma de actividades (*Caja de Sorpresas*, *Tangram digital*, *Mandala*, *Concurso de Fotografía* y *Renueva tu patio*) que van a facilitar crear escenarios adecuados para los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría. La estructura de la organización de las actividades se mantiene como en la propuesta de la UD original, siguiendo las fases que propone Van Hiele y que se han descrito en el apartado 3.3 de este TFM.

En cuanto a las fases que se producen en cada actividad, no siempre se llevarán a cabo las cinco fases propuestas por Van Hiele como se proponía en la UD original, donde no se era del todo preciso con determinadas fases, ya que no se aplicaban correctamente. En esta nueva organización de las actividades, y durante el desarrollo de las mismas, el alumnado se enfrentará a lo equivalente lo que Alsina (2008) argumenta (ver Figura 18) o a lo que Piñero (2020) propone (ver Figura 19), y que está íntimamente relacionado con las fases del Modelo de Van Hiele. Durante el desarrollo de la unidad se llevarán a cabo procesos que van desde un conocimiento descontextualizado, que atraviesa una fase de recontextualización, para luego ser de nuevo redescontextualizado y así generar conocimiento aplicable en un futuro. Esta última fase, es la equivalente a la fase de Integración propuesta por Van Hiele y a la última fase de lo propuesto por Alsina (2008).

Los agrupamientos propuestos tienen como base grupos de cuatro integrantes de tipo heterogéneo. Partiendo de la idea del agrupamiento flexible, se pretende dividir el grupo base en parejas, de un carácter más o menos homogéneo dependiendo del momento. Para las actividades 1 y 3 se establecen parejas relativamente homogéneas, mientras que para la actividad 2 y 4, las parejas tienen un carácter más heterogéneo. Las parejas se forman como división del grupo original de cuatro integrantes, de manera que durante el transcurso de la UD identifiquen que pertenecen a un grupo y que están trabajando para la consecución de unos objetivos conjuntos. El grupo original será el que realice la

tarea final, que pretenderá aplicar lo aprendido en las sesiones anteriores en una actividad más práctica y conectada con la realidad.

### *Sesión 2. Actividad 1. Caja de sorpresas digital.*

La dinámica de trabajo de esta actividad es la misma que la propuesta en la actividad de la UD original. Como adaptación digital, en vez de ser cajas físicas, serán cajas digitales en forma de presentación con diapositivas que se visualizarán a través del dispositivo móvil de cada alumno. Las diapositivas contendrán tanto imágenes, GIFs, pequeños vídeos, fórmulas, como definiciones, lo cual supone un avance en cuanto a posibilidades de representación y dinamismo con respecto a la versión original, convirtiendo esta variante en mucho más que una adaptación. Esta actividad es la que más carga conceptual tiene, a partir de la cual se extraerán la mayoría de los conceptos para el desarrollo del mapa conceptual. Se pretende por lo tanto que sea la base sobre la que desarrollar la UD. En el Anexo XVIII se encuentran ejemplos de cómo son las diapositivas. Para reforzar la interdependencia con el material, el docente organizará las dos cajas (A y B) de forma que tenga que buscar con el otro compañero qué diapositiva concuerda con alguna de las suyas, para posteriormente adjuntar por parejas de diapositivas al portafolio digital de esta actividad.

La actividad se organiza con una pequeña introducción donde se explica el funcionamiento de la actividad (5-10 min), para posteriormente distribuir las cajas de sorpresas digitales a cada pareja, y así pasar al trabajo en grupo de discusión y emparejamiento de diapositivas (40-45 min). Se debe adjuntar una breve justificación de dicho emparejamiento. El docente adquiere un papel pasivo, de observador y conductor de la actividad.

### *Sesión 3. Actividad 1. Caja de sorpresas digital.*

Durante esta sesión, dependiendo del avance de la sesión anterior, se puede continuar con los emparejamientos (15-20 min). Cuando se haya terminado, el docente seleccionará a los distintos grupos para que expliquen determinados emparejamientos de elementos al resto del grupo-clase. La idea es compartir su trabajo y así poder identificar posibles errores y discutirlos con el grupo clase (35-40 min). El docente ha de consultar los emparejamientos que se hayan producido en durante la fase anterior, para poder identificar y proponer aquellos casos más interesantes de exponer, con el fin de hacer de los errores una oportunidad para nuevos aprendizajes.

### *Sesión 4. Actividad 2. Tangram digital.*

En esta actividad, se mantiene el fundamento de la actividad original, pero con la salvedad de que el Tangram no se va a realizar con material físico que se pueda

manipular, girar, etc., sino que el tangram será realizado con la aplicación GeoGebra en un aula dotada con ordenadores.

Primeramente, se procede a la introducción a la actividad y a cómo se va a desarrollar (5-10min). Posteriormente, se procede a la creación del Tangram en la aplicación con ayuda del profesor, que con ayuda del proyector facilitará las instrucciones para la realización del mismo (35-40 min). Cada alumno formará individualmente su Tangram.

Una vez construido el Tangram digital (ver Figura 92 y Figura 93 del Anexo XIX), se propone que se calcule el área y el perímetro de cada una de las figuras dibujadas, y que dicha información se adjunte al Portfolio digital también de forma individual. Se propone para casa terminar de completar dicha información de las distintas figuras y adjuntarlo al Portfolio, así como adjuntar el archivo en la carpeta que cada alumno comparte con el docente. Se propone como tarea para casa el cálculo del perímetro y del área de cada una de las figuras que componen el Tangram. Además, y como segunda actividad, se ha de realizar una figura utilizando GeoGebra con el requisito que intenten encontrar una figura que represente algo en concreto (se propone la posibilidad de buscar ejemplos en internet). Un miembro de la pareja buscare la composición con mayor perímetro posible y la otra, la figura con menor perímetro posible. Para acotar la búsqueda de las figuras, se proponen las siguientes categorías a decidir por cada pareja: animales, números o personas (ver Figura 94 del Anexo XIX).

### *Sesión 5. Actividad 2. Tangram digital.*

En esta segunda sesión, el trabajo se realiza de nuevo en parejas, en este caso con un agrupamiento de tipo heterogéneo. Primeramente, cada integrante de la pareja comparte con su compañero la figura que ha realizado, y han de calcular el perímetro de la figura del otro integrante de la pareja (35-40min). El docente participa de forma no directa, siempre procurando realizar preguntas que ayuden a los estudiantes a encontrar la respuesta a sus problemas por ellos mismos.

Una vez calculado el perímetro, el docente selecciona alguna pareja (que el considere, según lo observado durante la sesión) que pueda mostrar algo de interés (siempre enfocado en posibles errores que puedan ayudar a todos a mejorar), y tendrán que compartir qué figura han recibido y cómo han calculado lo que se les pedía. La información ha de adjuntarse al Portfolio digital.

### *Sesión 6. Actividad 3. Mandala*

Esta sesión sufre una adaptación con respecto a la UD original y sustituye el Geoplano, por la realización de una mandala con GeoGebra. Lo que se pretende con este cambio,

es adaptar la experiencia a una propuesta digitalizada y con una experiencia todavía más manipulativa y motivadora.

Para comenzar esta sesión, se lleva a cabo una breve explicación sobre lo que se pretende con esta actividad y cómo va a funcionar. El docente llevará a cabo una breve demostración de qué herramientas utilizar dentro de la aplicación (10-15 min). Así, se propone la realización de una mandala en GeoGebra de forma individual, con la condición indispensable de incorporar los diferentes conceptos propios de las circunferencias y círculos (radio, diámetro, arco, cuerda, flecha), utilizando colores para crear una mandala, y haciendo uso de triángulos, cuadriláteros, polígonos o segmentos, y ayudándose de la herramienta de simetría (por ejemplo), para crear cualquier combinación que se desee (40-45 min). La mandala se ha de adjuntar al Portfolio digital. Se adjunta un ejemplo de lo que se pretende conseguir en el Anexo XX.

### *Sesión 7. Actividad 3. Mandala*

En la segunda sesión de esta actividad, cada educando se agrupa de la misma forma que lo hicieron en la actividad 2, es decir, formando una pareja de tipo heterogéneo. Se realiza un intercambio de mandalas, y posteriormente han de analizar la mandala del compañero, señalando cada uno de los elementos que ha encontrado. Además, para esta fase, han de seleccionar cuatro figuras (dos círculos y dos formas poligonales) y calcular su área y su perímetro de forma manual (35-40 min). Una vez calculado, de nuevo se intercambian las mandalas y se comprueba a través de la aplicación GeoGebra que los cálculos son correctos (15-20 min).

### *Sesión 8. Actividad 4. Sesión 8. Concurso de Fotografía.*

Tras una descripción de la actividad (5-10 min), se procede en esta primera sesión a realizar un recorrido previamente organizado por el docente por el centro y sus alrededores, con la idea de que cada pareja de alumnos capture con sus dispositivos móviles las fotografías que considere oportunas (40-45 min), para volver posteriormente al aula. Como propósito para casa, se plantea completar las fotografías en otros entornos y adjuntarlas al Portfolio grupal si se considera oportuno, que será en un documento compartido. Las reglas de puntuación del concurso son las prácticamente mismas a las que se proponen en la UD original, con unos pequeños cambios.

### *Sesión 9. Actividad 4. Concurso de Fotografía. Grupos de 3 alumnos.*

El docente proyectará los documentos en la pizarra digital o proyector, y cada pareja explicará brevemente dónde han hecho las fotografías, quiénes las han hecho y las características de las figuras fotografiadas, datos que deben estar recogidos en el portfolio (35-40 min). Se puntuará el trabajo de cada pareja dependiendo de la cantidad

y calidad de fotografías y de la información recopilada (ver Anexo XXI). Se propone en todo momento un ambiente de debate sobre las distintas fotografías, elementos geométricos encontrados en las mismas y posibles puntuaciones, las cuales vienen reguladas previamente de acuerdo a la normativa de la actividad. La pareja ganadora, obtendrá un premio a elegir por el docente. Como complemento a la puntuación proveniente de las reglas de la UD original, se complementa con diversos premios a las parejas, tras una votación-debate del grupo-clase a las siguientes categorías: fotografía divertida, fotografía artística y fotografía con más elementos geométricos (15-20 min).

#### *Sesión 10. Actividad 5. Renueva tu patio. Toma de datos.*

Esta tarea es el reflejo de lo que significa la fase de *Integración* de Van Hiele, además de ser una experiencia en la que se busca explorar la capacidad de descontextualización de lo aprendido previamente para volver a recontextualizarlo en esta actividad. La actividad no va a sufrir grandes cambios con respecto a la UD original. (ver Actividad 5 – Sesiones 9-10-11. Anexo I)

La actividad comienza con una descripción del funcionamiento de la misma por parte del docente. El agrupamiento para esta actividad es de los cuatro integrantes propuestos en la sesión 1, de tipo heterogéneo.

Durante esta primera sesión, y dentro del entorno del centro se medirán diversos espacios exteriores, repartidos de la siguiente forma: todos los grupos lleven a cabo huerto y tablero de ajedrez; los grupos pares realicen la pista de fútbol sala y las gradas; y los grupos impares la pista de baloncesto y el gimnasio.

Los integrantes tendrán roles distintos dentro de cada grupo: un director, un anotador, un medidor y un fotógrafo. De esta forma, no se comparten los materiales que cada uno usa y se asegura que se documenta el proceso correctamente ya que existen funciones claramente diferenciadas y necesarias para el proceso. El dispositivo móvil vuelve a formar parte de esta actividad, tanto como para fotografiar como para anotar los datos. Los datos se recogerán en el Portfolio digital, en casa pueden completar y avanzar con el mismo.

#### *Sesión 11. Actividad 5. Renueva tu patio. Cálculo.*

Durante esta sesión, se revisan los datos recogidos, comparando datos recogidos por los diferentes grupos, y se trabaja su revisión con la ayuda del docente y con la participación de todo el grupo-clase. La tarea principal de esta sesión es, a través de unos presupuestos facilitados por el docente (p. 137 del Anexo I), calcular cuánto costaría la renovación de los espacios que corresponden a cada grupo, e ir preparando el Portfolio digital conjunto para exponerlo en la siguiente sesión.

Se establecen una serie de condiciones de aquello que se tiene que calcular para que el trabajo no sea excesivamente complejo. Se establece la condición de diseñar y calcular un dibujo en las zonas del gimnasio y las gradas con algún motivo geométrico, utilizando las formas trabajadas con anterioridad. El docente, dependiendo de cómo evolucione el trabajo puede guiar en determinados momentos al alumnado, siempre desde un rol más observador-guía, nunca dando respuestas directas, sino ayudando con preguntas. Además del tiempo en clase, la actividad se podrá completar en casa y habrá que añadirla a portfolio digital.

#### *Sesión 12. Actividad 5. Renueva tu patio. Exposición.*

En esta sesión, se prevé la exposición de los diversos Portfolios con ayuda del proyector o pizarra digital. Se presentará cada propuesta y se expondrá el proceso que se ha seguido. Se analizará en conjunto las propuestas de los compañeros con la idea de generar un debate sobre qué propuestas económicamente más interesantes y el porqué de esta cuestión en comparación con otras propuestas. Se analizará también la propuesta geométrica y los elementos geométricos representados en las gradas o el gimnasio. Cualquier corrección o retroalimentación que sea susceptible de añadirse al Portfolio digital, ha de ser valorada por el alumnado e incorporada a dicho documento.

#### **4.4.3 Bloque final. Reflexión**

Este bloque final de reflexión/evaluación, mantiene la esencia de la UD original, pero con ciertos matices. Se introduce una sesión previa a la primera prueba escrita, donde se hará un repaso global de la unidad a través de la exposición del mapa conceptual.

#### *Sesión 13. Mapa conceptual y autoevaluación.*

Durante esta sesión, el trabajo estará concentrado en el mapa conceptual. Este elemento, como ya se comentó en la sesión 1, formará parte del Portfolio digital, y deberá haber sido realizado durante el transcurso de las sesiones como trabajo individual para casa y que deberá de haberse ido realizando en la carpeta compartida de cada alumno. En su mayoría, se indicará al alumnado en la primera sesión que los conceptos a incorporar se podrán extraer de la sesión de “Caja de Sorpresas”, entendida esta como un *inventario de términos* a incorporar al mapa conceptual, aunque se puede completar a lo largo de la UD con otras cuestiones. Para su evaluación por parte del docente, se establecen las herramientas dispuestas en el Anexo XII.

El docente, habiendo observado el desarrollo del mapa conceptual durante el transcurso de las sesiones, valorará cuáles son susceptibles de mostrar a los compañeros. Los mapas conceptuales seleccionados, será expuestos por los alumnos que los han realizado y serán analizados por el grupo-clase con la ayuda del docente (30-35 min).



A continuación, el alumnado completará la diana de autoevaluación, que servirá para analizar distintos aspectos propuestos por el docente (20-25 min).

Esta sesión, servirá para evaluar cómo se han ido formando los conceptos a lo largo de la unidad y si siguen habiendo determinados dificultades de aprendizaje o errores en la conceptualización del conocimiento. Se concibe esta sesión como una propuesta de coevaluación de los mapas conceptuales, manteniendo por parte del docente un rol de guía, haciendo preguntas y ayudando al alumnado a poder identificar errores en los mapas conceptuales expuestos. Se puede decir, por lo tanto, que esta sesión se entiende como una forma de hacer autocrítica y de afianzar el conocimiento del alumnado de cara a las pruebas escritas.

#### *Sesión 14. Test.*

Esta sesión está destinada a la realización de la primera prueba individual, que servirá para evaluar el estado de cada alumno sobre las habilidades y conocimiento adquiridos en esta UD. No se trata de una prueba terminal, como suele ser habitual, si no que pretende ser una herramienta que verdaderamente evalúe y sea parte del proceso de aprendizaje, detectando aquellos aspectos susceptibles de ser mejorados.

De acuerdo con lo que Alsina (2008) Baez e Iglesias (2007), Corberán *et al.* (1994), y Piñero (2020), con respecto a la teoría de aprendizaje de la geometría de Van Hiele, para entender que se han superado todos los niveles, la última fase de *integración* tiene que poder llevarse a cabo. Esta fase garantiza que el educando es capaz de aplicar los conocimientos adquiridos en contextos de naturaleza distinta a lo trabajado anteriormente. La finalidad de estas pruebas y su enfoque, es evidenciar que el alumnado es capaz de llevar a cabo dicha operación de integración, y a ser posible, en situaciones relacionadas con la vida real, como bien establece Freudenthal con la corriente de *Educación Matemática Realista*.

Se propone por lo tanto una prueba en la que deben aplicarse todos los contenidos trabajados a lo largo de la UD y en un contexto real. La prueba se titula “Seamos diseñadores” y en la misma, se propone la realización del logo de una camiseta. La actividad se dividirá en dos fases: una primera fase de descripción de la tarea (5 min), una segunda fase de diseño (20-25 min), que se realizará en GeoGebra; y una tercera fase de cálculo de los costes.

En la fase inicial de la prueba, el docente introducirá la actividad, y mostrará algunos ejemplos de diseños de camisetas con motivos geométricos, para intentar inspirar la creatividad del grupo-clase.



Para la segunda fase de la prueba, se propone al alumnado que realice un diseño de una imagen a través de GeoGebra con la condición de incorporar una variedad de figuras propuestas: mínimo 2 triángulos distintos entre ellos y con propiedades angulares y lineales distintas; mínimo 3 cuadriláteros, de los cuales 1 será cóncavo y 2 convexos, y se debe incorporar entre ellos un paralelogramo y un no paralelogramo; y mínimo 1 círculo. Se establece, además, un máximo de 10 figuras en total con la finalidad de que el diseño no se vuelva muy complejo. El tamaño máximo del logotipo, con la idea de delimitar el área del mismo será de 10 x 20 cm.

Para la tercera fase, y una vez terminado el diseño y entregado digitalmente (con lo cual no se podrán realizar modificaciones), se propone el cálculo de los costes de producción del logotipo de acuerdo con una tabla de precios establecida por el docente (ver Tabla 25 del Anexo XXII).

Con la finalidad de que no se pueda calcular el área de las figuras en GeoGebra, el docente facilitará una versión del programa con solamente las herramientas indispensables (punto, simetría, polígono, polígono regular, polígono rígido, y circunferencia).

Para entender en profundidad los posibles resultados de esta actividad, se recoge el desarrollo de esta prueba de forma más detallada en el Anexo XXII.

### *Sesión 15. Debate y evaluación.*

Durante esta sesión, cada alumno recibirá su prueba evaluada, y se seleccionarán aquellos ejemplos para ser tratados y debatidos con toda la clase. Se pretende así rescatar errores y estudiar posibles dificultades, para proponer con ellos y para el beneficio del grupo-clase situaciones o ejemplos que puedan ayudar a superarlos, y así volver a realizar en la siguiente sesión la prueba escrita final. El docente, deberá servir de nuevo de guía, y que sea el propio grupo clase quien intente resolver las cuestiones o revisar los ejercicios para los compañeros.

### *Sesión 16. Re-test.*

En esta segunda sesión de prueba individual, y tras la sesión anterior, se complementa la evaluación de la unidad. Esta prueba, da la oportunidad al alumnado de evolucionar y aprender de los errores cometidos a lo largo de la UD y en el primer test. La finalidad de repetir la prueba individual, es con la idea de no convertir este tipo de pruebas en algo terminal como bien estamos acostumbrados, y pretende ser una herramienta más para seguir afianzando competencias. Para esta sesión, por lo tanto, se propone una actividad de la misma naturaleza que en el Test, pero con una temática diferente.

## 5. CONCLUSIONES E IMPLICACIONES EDUCATIVAS

Una vez terminado el recorrido teórico, el análisis de la UD original y la mejora de dicha UD, se establecerá a continuación un análisis crítico del trabajo llevado a cabo. En este apartado se llevará a cabo una reflexión sobre aquellas cuestiones que se prevén que puedan ser problemáticas en el desarrollo de la UD, para después establecer posibles vías de mejora. Para terminar, se establecerán una serie de necesidades de formación docente que se han observado con la elaboración de este trabajo.

### 5.1 ANÁLISIS CRÍTICO DE LA PROPUESTA INNOVADORA

Desde un principio en la concepción de este TFM, uno de los objetivos principales ha sido llevar a cabo, de acuerdo con Gómez (2006), un *análisis didáctico* sobre cómo se producen los diferentes procesos propios de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y, más en concreto, de la geometría. Para ello, hemos llevado a cabo un triple análisis: *de contenido, cognitivo y de instrucción*. Con esto, se ha pretendido establecer qué estrategias son las más adecuadas para avanzar en los distintos niveles de pensamiento geométrico, establecidos por el matrimonio Van Hiele.

Teniendo en cuenta las circunstancias tan especiales que han acompañado a la realización de las prácticas, no se ha podido llevar a cabo un análisis introspectivo de la propuesta llevada a cabo en origen, por lo que se ha recurrido a la literatura para establecer vías de mejora. Con la finalidad de establecer dichas mejoras, nos hemos centrado en una serie de focos de interés. Se ha querido en todo momento, establecer la importancia de entender que el origen histórico-epistemológico de las matemáticas (y de la geometría), han de incorporarse en el aula de la mano de la EMR. La manipulación de los objetos geométricos, por medio de la tecnología, permite a los educandos incorporar de manera más efectiva los conocimientos. Otro eje estructurador de las actividades en el aula, y partiendo de la base de un estudio sobre el rol del docente en el aula, se propone el trabajo en equipo como respuesta a la inclusión, y como herramienta que influye directamente en una mejor adquisición de los conocimientos matemáticos. Por último, se plantea un sistema de evaluación que acompañe en los procesos de enseñanza-aprendizaje, y que no entienda las herramientas de evaluación como elementos terminales y sin retroalimentación para el alumnado.

La intención desde un principio, ha sido evidente, y se entiende que se refleja claramente en la redacción de la UD mejorada. Este TFM, no solo sirve como mejora de una UD propuesta para las prácticas en el centro, sino que ha servido para entender cómo se enseña y se aprende matemáticas, y que nos permite seguir avanzando en nuestra formación como docentes, la cual acaba de comenzar.

Si analizamos los aspectos propuestos para la mejora, podríamos centrarnos en varias cuestiones que forman parte del eje central estructurador de este TFM: manipulación y adaptación digital, uso de una metodología activa y participativa, y el concepto de aula taller.

Primeramente, hemos de atender a la mejora en aspectos de manipulación digital y adaptación digital. La optimización y mejora de las actividades junto con la incorporación de los medios tecnológicos influyen directamente en una mejor adquisición de los conceptos, y por lo tanto interfiere en una mejora del perfil competencial del alumnado. Sin menospreciar la más que válida propuesta inicial con actividades manipulativas físicas, nos encontramos en un momento histórico en el que la tecnología forma parte de nuestra vida, y como no, ha de formar parte de los procesos de enseñanza-aprendizaje. En ese sentido, esta UD supone un salto de calidad en este aspecto.

Como segundo eje central, podemos analizar la aplicación de metodologías activas y de participación del alumnado, siendo este protagonista del aprendizaje. En este aspecto, existe una clara evolución con respecto a la UD original, en base a la literatura, que nos permite de entender los perfiles del alumnado y cómo aprenden según estos, y así entender la mejor manera de agruparlos. Otra cuestión con una profunda reflexión, es cuál debe ser el rol del docente en este tipo de metodologías activas.

Por último, y por recuperar el concepto de aula-taller, entendido este modelo como un laboratorio que se extiende más allá de los límites físicos del aula. La idea principal de incorporar este modelo, es reforzar de forma constante la idea de conectar las matemáticas con la vida real. Así, vemos como la UD tiene un claro recorrido en cuanto al tipo de actividades, en base a la teoría de Van Hiele o a las reflexiones de Piñero (2020), que permiten conectar las matemáticas con la vida real, siguiendo las intenciones de la EMR. Para poder llevar a cabo este proceso de forma exitosa, se ha de hacer en base a dos cuestiones: que el alumnado adquiera un buen nivel de conocimiento de los conceptos, y que el profesorado conozca los errores que se pueden cometer por parte del alumnado durante este proceso de adquisición de conocimientos. Para poder optimizar ambas cuestiones, se requiere de un riguroso proceso evaluativo que permita tanto al docente como al alumnado, hacer de las experiencias propuestas, la forma más idónea de aprender geometría. Sin duda, esta cuestión sufre una profunda revisión con respecto a la UD original, posibilitando, en base a la literatura, que la propuesta mejorada tenga unas bases mucho más firmes sobre las que desarrollar las experiencias propuestas.

## 5.2 ANÁLISIS DE POSIBLES MEJORES DE LA PROPUESTA INNOVADORA

A pesar de haber llevado a cabo una mejora de la UD, siempre quedan cuestiones susceptibles de ser mejoradas en un futuro. Al partir de la base de una UD establecida para el periodo de prácticas, es probable que existieran deficiencias que no se hayan subsanado en esta propuesta.

Si atendemos al trabajo en grupo, es probable que en una sola UD, el alumnado no hubiera sido capaz de adaptarse a los grupos de trabajo, y que necesitara de un periodo más largo a lo largo del curso para acomodarse y para poder ser capaces de obtener todo lo que el trabajo cooperativo tiene que ofrecer. Por otro lado, si atendemos a la adaptación digital de las actividades, se puede prever que las dinámicas propuestas no fuesen tan fluidas como se considera en un principio, y que cuestiones técnicas y o de acceso a determinadas tecnologías, pudiera influir negativamente en la consecución de los objetivos establecidos. Otras cuestiones como la gestión del grupo-clase, al no poder haber puesto en práctica la UD original, podría también influir negativamente en el desarrollo de la propuesta. En cuanto a la evaluación, se ha llevado a cabo un esfuerzo en incorporarla de forma directa en los procesos de enseñanza-aprendizaje, aunque es posible que debido a su complejidad tenga margen de mejora.

## 5.3 NECESIDADES DE FORMACIÓN DOCENTE

A pesar de ser alumno del Doble Máster en Formación al Profesorado y Máster de Matemáticas, y haber cursado en este segundo asignaturas enfocadas a la educación y sobre todo a las TICs, existe un gran margen para la mejora y formación docente en este aspecto. Existe una gran vía de desarrollo en la corriente conocida como “Computer-Supported Cooperative Learning (CSCL)” (Pons, 2014, p. 832), que establece la oportunidad de incorporar videos interactivos, tabletas, lápices digitales, pizarras interactivas u ordenadores en herramientas muy potentes para la implementación de esta corriente. Este movimiento incorpora las TIC junto al aprendizaje cooperativo en un conjunto con un gran potencial, pero que aún requiere de investigación y puesta en práctica para evidenciar los efectos positivos que se pueden establecer.

Sin duda, existe un amplio de necesidades de formación docente con respecto a estas dos cuestiones, tan ligadas a este TFM y al CSCL. Sin duda, esta corriente, entendida a su vez como una metodología activa, donde el alumnado es el verdadero protagonista de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, se establece como un punto crucial de futura investigación y formación del cuerpo docente.

## 6. REFERENCIAS

- Aguilar, M. (2012). Aprendizaje y Tecnologías de Información y Comunicación: Hacia nuevos escenarios educativos. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud*, 10(2), 801 - 811. <https://bit.ly/2P3wYDa>
- Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII*. Santander: SEIEM. <https://bit.ly/3v5pZJs>
- Alsina, A. (2010). La “pirámide de la educación matemática”, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, (189), 12-16. <https://bit.ly/32ur9lc>
- Alsina, C. (2008). Geometría y realidad. *Revista Sigma*. (33), 165-179.
- Álvarez, C. (2012). La relación teoría-práctica en los procesos de enseñanza-aprendizaje. *Educatio Siglo XXI*, 30(2), 383-402. <https://bit.ly/32JuM7i>
- Anacona, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. *Revista EMA*, 8(1), 30-46. <https://bit.ly/32zQM44>
- Argüello, A. y Cardeñoso, J. M. (2005). Taller sobre geometría en la E.S.O.: desde la reflexión histórica al aula de geometría. En J. L. Lupiáñez, J. M. Cardeñoso y M. García (Eds.), *Actas de las Jornadas de investigación en el Aula de Matemáticas: la geometría* (pp. 117-169). 17, 18 y 19 de noviembre, 15, 16 y 17 de diciembre, Granada: SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática, UGR. <https://doi.org/10.13140/2.1.1623.7765>
- Arrieta, M. (1998). Medio materiales en la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Psicodidáctica*, (5), 107- 114. <https://bit.ly/3aq874a>
- Assude, T. y Capponi, B. (1996). De l'économie et de l'écologie du travail avec le logiciel Cabri-Géomètre. *Petit x*, (44), 53-79. <https://bit.ly/3hXnVzF>
- Ausubel D. P. Novak, J. D. (1983). *Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Azcárate, P. (2006). Propuestas alternativas para la evaluación en J. M. Chamoso y J. Durán (Eds.), *Enfoques actuales en la didáctica de las matemáticas*. (pp. 187-221). Madrid: MEC. <https://bit.ly/2ROIeUG>

- Azcárate, P., García-González, E., Jiménez-Fontana, R. y Cardeñoso, J. M. (2017). La evaluación: Actividad profesional clave de la Educación Matemática. En C. E. Lopes y D. Jaramillo (Eds.), *Escenas de la insubordinación creativa en las investigaciones en Educación Matemática en contextos de habla española* (pp. 45-59). New York: Lulú.com. <https://bit.ly/3gqFNCs>
- Báez, R. e Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL “El Mácaro”. *Enseñanza de la Matemática*, 12-16(Número extraordinario), 67-86. <https://bit.ly/32JvAZT>
- Barrantes, M. (2003). Caracterización de la enseñanza-aprendizaje de la Geometría en Primaria y Secundaria. *Campo abierto*, (24), 1-25. <https://bit.ly/32vUj3v>
- Barrantes, H. (2006). Los obstáculos epistemológicos. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1(2), 1-7. <https://bit.ly/3amJ7KU>
- Barrantes, M. y Balletbo, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 1(8), 25-42. <https://bit.ly/3alYh39>
- Barrantes, M., Balletbo, I. y Fernández, M. (2013). Enseñar Geometría en Secundaria. *Academicus. Revista de Ciencias de la Educación*, 1(3), 26-32. <https://bit.ly/3expPnB>
- Barrantes, M., Balletbo, I. y Leno, M. (2016). Imágenes: un recurso rentable para aprender geometría. *Revista Científica de la Facultad de Filosofía*, 2(2), 1-10. <https://bit.ly/3tEggt2>
- Barrantes, M. y Zapata M. A. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto*, 27(1), 55-71. <https://bit.ly/3aqq1Dz>
- Bell, E.T. (1985). *Historia de las Matemáticas*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Brousseau, G. (1983). Les Obstacles épistémologiques et les problèmes en Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 165-180. <https://bit.ly/3eINUNO>
- Cáceres, M.J. y Chamoso, J.M. (2019). Influencia de un proceso de autoevaluación, coevaluación y evaluación en la formación de profesores de primaria. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández y M. T. González (Eds.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (pp. 351-372). Salamanca: Ediciones Universidad Salamanca. <https://bit.ly/3xcBpNm>

- Calatayud, M. A. (2018). Los agrupamientos escolares a debate. *Tendencias pedagógicas*, (32), 5-14. <https://doi.org/10.15366/tp2018.32.001>
- Cardeñoso, J. M. (2006). La evaluación como elemento de instrucción y sus peculiaridades en el área de matemáticas. En J. Durán (coord.), y J. M. Chamoso (Ed.), *Enfoques actuales en la Didáctica de las Matemáticas*, (pp. 157-186). Madrid: MEC. <https://bit.ly/3eh32Mn>
- Clemente, M. (2007). La complejidad de las relaciones teoría-práctica en educación. *Teoría de la educación. Revista Interuniversitaria*, 19(1), 25-46. <https://doi.org/10.14201/3235>
- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M. P., Jaime, A., Margarit, J. B., Peñas, A. y Ruiz, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la Geometría en Enseñanza Secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia. <https://bit.ly/3exr3zd>
- Damon, W., y Phelps, E. (1989). Critical distinctions among three approaches to peer education. *International Journal of Educational Research*, 58(2), 9-19. [https://doi.org/10.1016/0883-0355\(89\)90013-X](https://doi.org/10.1016/0883-0355(89)90013-X)
- Davidson, N. (1990). *Cooperative learning in mathematics, A handbook for teachers*. Menlo Park, California: Addison-Wesley Publishing Company.
- Domingo, J. (2008). El aprendizaje cooperativo. *Cuadernos De Trabajo Social*, 21, 231-246. <https://bit.ly/32zqhTn>
- Domínguez, E. (2005). Taller geometría en la E.S.O.: Desde la reflexión histórica al aula de geometría. *Actas de las Jornadas de investigación en el Aula de Matemáticas: la geometría*. 17, 18 y 19 de noviembre, 15, 16 y 17 de diciembre, Granada: SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática, UGR. <https://dx.doi.org/10.13140/2.1.1623.7765>
- Eisenhauer, G. (2007). Cooperative learning as an effective way to interact. Math in the Middle Institute Partnership, *Action Research Project Report*. Department of Mathematics, University of Nebraska-Lincoln. <https://bit.ly/3y5rEkp>
- Fernández, R. y Rodríguez, L. M. (1995). Los mapas conceptuales como instrumento de evaluación, análisis de una experiencia en el área de ciencias. *Revista de Educación*, (307), 367-379. <https://bit.ly/3hdL94g>



- Fouz, F. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. En R. Ibáñez y M. Macho (Eds.), *Un paseo por la Geometría* (pp. 67-82). 20 de abril de 2005, Bilbao: UPV-EHU. <https://bit.ly/3tBbs7W>
- Freudenthal, H. (1971) Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3(3/4), 413-435. <https://doi.org/10.1007/BF00302305>
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: Reidel. <https://doi.org/10.1007/978-94-010-2903-2>
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Dordrecht: Kluwer. <https://doi.org/10.1007/0-306-47202-3>
- Fuentes E. [ebfuentesacevedo]. (3 de diciembre de 2010). *Cómo calcular el área de un círculo*. <https://bit.ly/34lVC0e>
- Galindo, C. (1996). Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la geometría. *Revista EMA*, 2(1), 49-58. <https://bit.ly/3apzBa3>
- Galván, L. y Gutiérrez, J. (2018). Los mapas conceptuales como instrumento de evaluación: Una experiencia de educación ambiental centrada en el estudio de ecosistemas acuáticos. *Actualidades Investigativas en Educación*, 18(1), 442-477. <https://dx.doi.org/10.15517/aie.v18i1.31840>
- Gamboa, R. y Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y el aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista electrónica Educare*, 14(2), 125-142. <https://bit.ly/2QEzdgT>
- Gómez, P. (2006). El análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. En P. Bolea, M. J. González y M. Moreno (Eds.), *X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 15-35). Huesca: Instituto de Estudios Aragoneses. <https://bit.ly/2P5Jfad>
- González, E. (1989). Fotografía y Matemáticas. *Revista Suma*, 1(2), 44-46. <https://bit.ly/3dEI64h>
- González, F. M., Morón, C. y Novak, J. D. (2001). *Errores conceptuales. Diagnóstico, tratamiento y reflexiones*. Pamplona: Ediciones Eunote.
- González, M. J. (2001). La Gestión de la Clase de Geometría utilizando Sistemas de Geometría Dinámica. En P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al Profesor Mauricio Castro* (pp. 277-290). Granada: Universidad de Granada. <https://bit.ly/3wGU8zC>



- González, M. T. (2002). Agrupamiento de alumnos e itinerarios escolares: cuando las apariencias engañan. *Revista Educar*, (29), 167-182. <https://bit.ly/3vc30fT>
- Gross, B. y Contreras, D. (2006). La alfabetización digital y el desarrollo de competencias ciudadanas. *Revista Iberoamericana de Educación*, (42), 103-125. <https://bit.ly/3tCNPf0>
- Hitt, F. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum. *Educación Matemática*, 10(2), 23-45. <https://bit.ly/3c0Tfd9>
- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *The Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18. <https://doi.org/10.5951/MT.74.1.0011>
- Honey, P. y Mumford, A. (1982). *Manual of Learning Styles*. London: P Honey
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del Modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías en el plano. La Evaluación del nivel de razonamiento* [Tesis Doctoral, Universidad de Valencia] <https://bit.ly/3sAy3Qz>
- Johnson, D. W., Johnson, R. T. y Holubec, E. J. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula* (G. Vitale, Trad.). Buenos Aires: Paidós. <https://bit.ly/3xd7y7i>
- Lárez-Villarroel, J. D. (2018). Algunos obstáculos que imposibilitan el aprendizaje efectivo de la matemática. *Investigación y Postgrado*, 33(1), 53-74. <https://bit.ly/3dzvR7A>
- Martínez, J. M. (1998). La utopía de la homogeneidad. *Cuadernos de Pedagogía*, (278), 86-88.
- Maz, A. (1999). La historia de las matemáticas en clase: ¿Por qué? y ¿Para qué? En Berenger, M<sup>a</sup>. I.; Cardeñoso, J. M<sup>a</sup>. y Toquero M. (Eds.) *Investigación en el aula de matemáticas. Matemáticas en la sociedad* (pp. 205-209). Granada: SAEM Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática, UGR. <https://bit.ly/3aIROQ7>
- Mesquita, A. L. (1992). The Types of Apprehension in Spatial Geometry: Sketch of a Research. *Structural Topology*, (18), 19-30. <https://bit.ly/2RTX393>
- Montessori, M. (1982). *El niño. El secreto de la infancia*. México: Editorial Diana. <https://bit.ly/2P5U0t7>
- Moreira, M.A. y Novak, J.D. (1988). Investigación en la enseñanza de las ciencias en la Universidad de Cornell: esquemas teóricos, cuestiones centrales y abordajes metodológicos. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), 3-18. <https://bit.ly/2RTYuUZ>

- Moyer, P. S., Salkind, G., y Bolyard, J.J. (2008). Virtual Manipulatives Used by K-8 Teachers for Mathematics Instruction: Considering Mathematical, Cognitive, and Pedagogical Fidelity. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 8(3). <https://bit.ly/3bgFUNm>
- Niss, M. A. (2003). Quantitative literacy and mathematical competencies. In B. L. Madison, y L. A. Steen (Eds.), *Quantitative literacy: why numeracy matters for schools and colleges* (pp. 215-220). Princeton, New Jersey: National Council on Education and the Disciplines. <https://bit.ly/3dLkxp8>
- Núñez, J. C., González-Pienda, J. A., Álvarez, L., González, P., González-Pumariega, S., Roces, C., Castejón, L., Solano, P., Bernardo, A., García, D. (2005). Las actitudes hacia las matemáticas: perspectiva evolutiva. *Actas do VIII Congresso Galaico-Português de Psicopedagogia* (pp. 2389-2396). 14-16 de septiembre de 2005, Braga: Universidade do Minho y Universidad de A Coruña. <https://bit.ly/3nbpt9V>
- Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado (2016). *BOJA*, 144, 28 de julio de 2016.
- Piñero, J. C. (2020). Modelando los diferentes roles del docente en la educación matemática moderna. *Revista Espacios*, 41(30), 301-317. <https://bit.ly/364HgZx>
- Pons, R. M., Prieto, M., Lomeli, C., Bermejo, M. y Bulut, S. (2014). Cooperative learning in mathematics: a study on the effects of the parameter of equality on academic performance. *Anales de psicología*, 30(3), 832-840. <http://dx.doi.org/10.6018/analesps.30.3.201231>
- Quintero, O. (2014). Un modelo pedagógico de enseñanza de la geometría euclidiana. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación*. 12, 13 y 14 de noviembre de 2014, Buenos Aires: OEI. <https://bit.ly/3dBQO21>
- Ramos, M. J. y Martínez, F. J. (2010). El agrupamiento flexible: un marco organizativo como medio para la atención a la diversidad en la educación secundaria obligatoria. *Espiral. Cuadernos del profesorado*, 5(6), 65-72. <https://bit.ly/3arbJmi>
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (2015). *BOE*, 3, 3 de enero de 2015. España: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

- Reid, M. y Etcheverry, N. (2014). Enseñanza de geometría en la educación secundaria usando GeoGebra. *V Reunión Pampeana de Educación Matemática: memorias*. (293-300). Santa Rosa: Universidad Nacional de La Pampa. <https://bit.ly/3f6BTfM>
- Restrepo, J. (2017). Concepciones sobre competencias matemáticas en profesores de educación básica, media y superior. *Revista REDIPE Diversidad, innovación y política educativa*, 6(2), 104-118. <https://bit.ly/3n1sWYE>
- Rivadulla, J., García, S., y Martínez, C. (2016). Los mapas conceptuales como instrumento para analizar las ideas de los estudiantes de Maestro de Educación Primaria sobre qué enseñar de nutrición humana en Educación Primaria. *Revista Complutense de Educación*, 27(3), 1247-1269. [https://doi.org/10.5209/rev\\_RCED.2016.v27.n3.47704](https://doi.org/10.5209/rev_RCED.2016.v27.n3.47704)
- Santaolalla, E. (2009). Matemáticas y estilos de aprendizaje. *Revista Estilos de Aprendizaje*, 4(4), 56-69. <https://bit.ly/2RU4AER>
- Serradó, A., Cardeñoso, J. M. y Azcárate, P. (2004). Los mapas conceptuales y el desarrollo profesional del docente. En A. J. Cañas, J. D. Novak y F. M. González (Eds.), *Concept maps: Theory, Methodology, Technology, Proceedings of the 1st International Conference on Concept Mapping* (pp. 595-602). Pamplona: Universidad Pública de Navarra. <https://bit.ly/3vb2yOV>
- Tinajas, A. (2008). *Las medidas organizativas de atención a la diversidad en un centro de enseñanza secundaria: un estudio de casos*. [Tesina para la obtención de Máster en Gestión y Dirección de Centros Educativos, Universitat de Barcelona] <https://bit.ly/3egHlvX>
- Trillo, F. (1994). El profesorado y el desarrollo curricular: tres estilos de hacer escuela. *Cuadernos de pedagogía*, 228(1), 70-74. <https://bit.ly/2QEve3J>
- Vargas, G. y Gamboa, R., (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Revista Uniciencia*, 27(1), 74-94. <https://bit.ly/3xk1FFJ>
- Villaroel, S. y Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (78), 73-94. <https://bit.ly/3sJdnpT>
- Zolkower, B., Bressan, A., y Gallego, F. (2006). La Corriente Realista de Didáctica de la Matemática. Experiencias de un Grupo de Docentes y Capacitadores. *Yupana. Revista de Educación Matemática de la Universidad Nacional del Litoral*, 1(3), 11-33. <https://doi.org/10.14409/yu.v1i3.247>

## **7. ANEXOS**

### **ANEXO I: UNIDAD DIDÁCTICA ORIGINAL**

# UNIVERSIDAD DE CÁDIZ



## **Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas**

Especialidad en Matemáticas

### DISEÑO DE INTERVENCIÓN – UNIDAD DIDÁCTICA

“Figuras Geométricas. Áreas y perímetros”

I.E.S. Saladillo (Algeciras)



Autor de la memoria: Víctor Maquilón Yelo

Tutora en el centro: Estefanía Martínez Ruiz

Tutores en la Universidad: José María Cardeñoso y José Carlos Piñero

# ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>81</b>
<b>2. MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA.....</b>	<b>81</b>
<b>3. CONTEXTO.....</b>	<b>85</b>
3.1 CONTEXTO GEOGRÁFICO.....	85
3.2 CONTEXTO SOCIAL.....	86
3.3 EL CENTRO .....	86
3.4 ALUMNADO DEL CENTRO .....	87
3.5 CONTEXTO DEL AULA.....	88
<b>4. OBJETIVOS .....</b>	<b>90</b>
4.1 OBJETIVOS GENERALES.....	90
4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	92
<b>5. COMPETENCIAS.....</b>	<b>93</b>
5.1 SUBCOMPETENCIAS MATEMÁTICAS DE NISS .....	93
<b>6. CONTENIDOS.....</b>	<b>95</b>
<b>7. METODOLOGÍA.....</b>	<b>97</b>
7.1 TEMPORALIZACIÓN Y SECUENCIACIÓN .....	100
7.1.1 Actividad 0 – Evaluación de conocimientos.....	103
7.1.2 Actividad 1. Sesiones 2-3. ....	104
7.1.3 Actividad 2 – Sesiones 4-5. ....	106
7.1.4 Actividad 3 – Sesión 5. ....	108
7.1.5 Actividad 4 – Sesiones 7-8. ....	109
7.1.6 Actividad 5 – Sesiones 9-10-11. ....	111
7.1.7 Fase de evaluación – Sesiones 12-13-14. ....	114
7.2 DIFICULTADES DE APRENDIZAJE .....	114
<b>8. EVALUACIÓN .....</b>	<b>117</b>
8.1 CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES .....	117
8.2 DESCRIPCIÓN DE LA EVALUACIÓN .....	120

<b>9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>121</b>
<b>ANEXO I: TEST DE CONOCIMIENTOS PREVIOS – IES SALADILLO .....</b>	<b>123</b>
<b>ANEXO II: RÚBRICAS.....</b>	<b>130</b>
<b>ANEXO III MATERIAL PARA EL DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES.....</b>	<b>133</b>

## 1. INTRODUCCIÓN.

En este documento, se va a desarrollar una unidad didáctica propia del bloque de Geometría, del curso de 1º ESO de la asignatura de matemáticas, de acuerdo con lo propuesto por la asignatura de Prácticas en Centros Educativos propia del Master del Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, curso 2019-2020.

En primer lugar, se establecerá un marco teórico de referencia, que servirá para estructurar la unidad didáctica, y que pretende formar las bases ideológicas y teóricas del proceso de enseñanza-aprendizaje. Además, servirá para establecer una metodología de enseñanza y de evaluación, analizando aspectos epistemológicos y distintas corrientes de pensamiento.

Posteriormente, se establecerán unos objetivos de aprendizaje, basadas en la legislación actual. Se enumerarán, además, las competencias clave, las subcompetencias matemáticas de Niss y los contenidos a desarrollar.

El contexto del centro, será otro de los aspectos a analizar, ya que determinará e influirá en el desarrollo de la unidad, e intentará adaptarse al alumnado al que va dirigido, teniendo en cuenta el contexto y los recursos disponibles.

Más adelante, y desde un punto de vista analítico y crítico, se analizarán las dificultades propias del proceso de aprendizaje del alumnado.

A continuación, se desarrollará la propia unidad, estableciendo su organización y temporalización, detallando las actividades a realizar. Complementario a esta parte, se expondrá la evaluación prevista de la misma, analizando los instrumentos que se van a utilizar.

Finalmente, se añadirán como anexos, aquellos documentos complementarios propios de la unidad didáctica, con el fin de completar la información dispuesta previamente.

## 2. MARCO TEÓRICO DE REFERENCIA

Como reflexión previa a la elaboración y desarrollo de la unidad didáctica, necesitamos de una fundamentación teórica en la que apoyar el desarrollo



pedagógico, que servirá como base sobre la cual desarrollar una serie de acciones. Así, tendremos en cuenta una de las reflexiones de Dongo (2008), que afirma:

Toda praxis pedagógica involucra una teoría del aprendizaje, o sea, un modo más o menos sistematizado de ideas o conceptos que tienen que ver con el modo o manera cómo los individuos aprenden. La teoría puede ser científica o de sentido común, poco importa; el hecho es que toda práctica posee una justificación o un sistema de ideas que la fundamenta, por lo que no es desatinado afirmar que toda práctica es indisociable de una teoría. (p.167-168)

En este caso, una unidad didáctica, necesita de esos fundamentos, que no harán otra cosa que influir en su concepción, y que servirán como soporte sobre el cual desarrollar un determinado contenido.

Existen diversas teorías del aprendizaje, algunas de ellas estudiadas en el máster del cual forma parte esta memoria, de diferente naturaleza y con una concepción distinta de los procesos de aprendizaje del ser humano. Serán las siguientes las que se van a tener en cuenta para el desarrollo de esta unidad didáctica:

- La teoría del aprendizaje de **Piaget**. De acuerdo con esta teoría, basada en el trabajo experimental y en el análisis epistemológico, y alejada de las prácticas tradicionales, se estructura alrededor de la idea de que es el propio alumnado, entendidos como sujetos activos del aprendizaje, entendidos como descubridores e investigadores, los verdaderos creadores de su propio conocimiento. Esta teoría, evidentemente revolucionaria para la educación, supone un cambio de concepción, que nos permitirá abordar la adquisición de conocimientos desde un punto de vista más activo y participativo. Así, de acuerdo con Dongo (2008):

La teoría de aprendizaje de Piaget exige otras relaciones pedagógicas diferentes de la simple instrucción y de la imposición de saberes, precisa de relaciones donde el niño se constituya en sujeto activo del conocimiento. Esto no significa predicar por la actitud espontaneísta, ni

por la ideología de la facilitación, sino por una relación pedagógica donde el esfuerzo del niño y del adolescente es superar sus límites, (p.180)

- La teoría del aprendizaje significativo de **Ausubel**. Esta teoría, pone el foco de atención en la importancia de la forma de aprender, dejando como ineficaz al aprendizaje memorístico tradicional, y defendiendo que el aprendizaje necesita de un significado, que ha de relacionarse con conceptos previos y que los mismos se transforman para formar conocimientos nuevos. De esta forma, los conceptos pueden ser aprendidos significativamente, de forma que se integran en la estructura cognitiva del individuo de forma más permanente que por la metodología tradicional. Como bien nos dice el propio Ausubel (1987), “el aprendizaje significativo es el resultado de una interacción del nuevo material o información con la estructura cognitiva preexistente en el individuo” (p.148)
- Teoría del juego de **Vygotsky**. En estos pensamientos, el autor argumenta que el juego es una herramienta socio-cultural, que permite o favorece el desarrollo mental del niño, haciendo hincapié en el desarrollo de aspectos como la memoria y la atención de forma intrínseca a la actividad. Bien es cierto que esta teoría está pensada para niveles más bajos, en etapa preescolar principalmente, se pueden aplicar determinados aspectos al nivel al que va destinada la unidad didáctica, 1º de ESO, buscando potenciar elementos tan importantes como la motivación, la atención y la implicación del grupo clase.

Además de estas teorías, y con el fin de entender cuestiones propias del razonamiento geométrico y su aprendizaje, la unidad didáctica se apoyará en el siguiente modelo:

- Modelo de razonamiento geométrico de **Van Hiele**. Este modelo está basado en una caracterización en 5 niveles. Dependiendo de los autores que lo analizan, algunos hablan de niveles del 0 al 4 y otros de niveles del 1 al 5. Estos niveles, siguen un orden concreto, y pretenden estructurar el avance en la conceptualización del conocimiento geométrico. Como bien, describen

Vargas y Camboa (2013), este modelo de aprendizaje, puede entenderse como:

El Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele es un modelo de enseñanza y aprendizaje que brinda la posibilidad de identificar las formas de razonamiento geométrico y pautas a seguir para fomentar la consecución de niveles más altos de razonamiento. Al usar este modelo, el docente debe hacer una evaluación inicial que identificará el nivel en el que se encuentra cada uno de los estudiantes. Esto le permita describir el avance del razonamiento geométrico de cada uno de ellos luego de aplicar las actividades programadas. (p.91)

En base a este modelo, se justifica la necesidad de llevar a cabo una prueba inicial que determine el estado del conocimiento geométrico del alumnado al que va dedicado. Además, se estructurarán y evaluarán las actividades de acuerdo con los niveles de razonamiento geométrico de esta teoría.

Como reflexión final sobre la fundamentación teórica de la unidad didáctica, considero como indispensable analizar distintas teorías o estudios de otros autores basados en la manipulación. El propio Piaget, estudia estos fundamentos, y plantea que la manipulación durante los procesos de aprendizaje, suponen un refuerzo y una mejora el propio proceso, ya que permiten al niño conectar la realidad con la mente, se producen procesos de conceptualización a través de las manos. En esta misma línea, **María Montessori**, también desarrolla una serie de investigaciones sobre las actividades manipulativas. Durante estos estudios, concluye que existe una conexión directa entre el uso de las manos y la inteligencia, lo cual a ser también uno de los fundamentos en el desarrollo de esta unidad didáctica.

Esta cuestión, de la conexión entre la mano y la inteligencia, por mi formación como arquitecto puedo atesorarla. Desde el primer momento en la facultad, nos han invitado a resolver cualquier cuestión por medio del dibujo en el papel o de la creación de maquetas, como forma de plasmar el pensamiento y de recoger respuestas, de entender la situación o el problema al que te enfrentas, y de conectar lo abstracto del pensamiento con lo físico y manipulable. Se trata por lo tanto de una metodología que he usado y practicado mucho durante mi formación. La elaboración de dibujos, la construcción de maquetas son formas de manipular la realidad, con el facilitar, como bien dice Montessori, la mano con la inteligencia y ser capaces de

conceptualizar determinados aspectos de la realidad. Es por estas diversas razones, y basado en las teorías expuestas previamente, por las que se diseñará la unidad didáctica en consecuencia, con una presencia importante de la manipulación, la participación activa en el proceso de aprendizaje, y la intención de generar aprendizajes significativos.

### 3. CONTEXTO

Cada experiencia educativa, es un conglomerado de individualidades que dan lugar a una situación única e independiente de otras experiencias. El contexto del centro, sus propias características, el alumnado, el profesorado, y otros muchos factores, influyen en la experiencia que se va a tener como docente. Intentaré dar en este apartado, una visión, desde lo global a lo concreto, de las circunstancias que rodean al centro.

#### 3.1 CONTEXTO GEOGRÁFICO

El Instituto de Educación Secundaria Saladillo se ubica en el municipio de Algeciras, en la provincia de Cádiz, como una de las ocho provincias de la Comunidad Autónoma de Andalucía. Algeciras se encuentra dentro de la zona geográfica denominada como Campo de Gibraltar, y es la ciudad más grande de todas las que lo componen, con 121.957 habitantes, según datos del Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía.

El municipio se encuentra en la Bahía de Algeciras, un punto geográfico y comercial estratégico, que conecta el continente europeo con el continente africano, y que conecta a su vez el mar Mediterráneo y el océano Atlántico, siendo su puerto marítimo de mercancías el que más tránsito tiene de España. A pesar de esto, la tasa de paro del municipio es muy elevada, del 26,77% según datos del Instituto de Estadística de Andalucía, lo cual se verá reflejado en la sociedad fuertemente, sobre todo en determinados barrios. Teniendo en cuenta la localización de Algeciras y que existe esa conexión geográfica entre dos continentes, convierte a la Bahía de Gibraltar en un canal de entrada de sustancias estupefacientes, siendo probablemente una de los más importantes de Europa. La combinación entre el desempleo y la localización estratégica, lleva a las personas a recurrir al tráfico de sustancias ilegales como una fuente de ingresos que permita su subsistencia.

### 3.2 CONTEXTO SOCIAL

El centro, está ubicado en el Barrio de El Saladillo, una zona que comenzó a ser urbanizada en los años 50, con un crecimiento que se podría describir como anárquico, en ocasiones bastante desorganizado. Generalmente e históricamente, el barrio ha sido una zona de acogida de población vulnerable y con niveles de exclusión elevados, debido al escaso nivel económico, cerca del umbral de la pobreza. El barrio de El Saladillo, está en contacto con el barrio de La Piñera, donde más se concentró el desorden urbanístico, con incluso viviendas construidas por los propios vecinos. En contraste, el Saladillo fue construido y reglado bajo una única operación urbanística cuyo promotor fue el Ministerio de Vivienda, con lo cual, el resultado es una barriada con grandes calles y edificios en condiciones, pero que albergaron a personas con situaciones económicas con muchas dificultades, y en su mayoría de etnia gitana. Hoy en día, el barrio es muy diverso culturalmente, y su población es bastante elevada, en torno a los 22.000 habitantes repartidos en un total de aproximadamente 3.500 viviendas.

### 3.3 EL CENTRO

El Instituto de Enseñanza Secundaria Saladillo, como es conocido hoy, nace en el curso 1985-86 recibiendo el nombre de Instituto Mixto nº2 de Algeciras, convirtiéndose realmente en un centro totalmente independiente en el curso 1986-87, recibiendo el nombre de Instituto Mixto nº3, y recibiendo el nombre de Instituto de Bachillerato Saladillo a partir del curso 1992-93. No es hasta que se produce la adaptación a la LOGSE, en el curso 1998-99, cuando el centro recibe el nombre tal y como se le conoce actualmente.

Actualmente, el centro está compuesto por un alumnado que ronda los 600 miembros, y por un profesorado que está en torno a 60 miembros, todos ellos divididos en 23 Departamentos Didácticos y 25 grupos. El centro viene desarrollando desde el curso 2004-05 dos nuevos planes educativos: de *Compensación Educativa* y de *Coeducación*, por lo que está dotado de una serie de recursos de personal docente por encima de la media, y que posibilita que, en algunos grupos de 1º ESO, sean dos los docentes que están presentes en el aula. Además de estos dos proyectos, a partir dl curso 2005-06 se pone en marcha un *Plan de Autoevaluación y Mejora*. A partir del curso 2006-07, se

produce un incremento de la oferta en Formación Profesional, y el centro se comienza adaptar como *Centro TIC*, por lo comienza a formar parte de la red de Centros TIC de la Conserjería de Educación de la Junta de Andalucía. En esta misma línea, y a partir del curso 2010-11, el centro se incorpora al proyecto *Escuela TIC 2.0*, con lo que se mejora el equipamiento de los cursos de 1ºESO.

En cuanto a la estructuración arquitectónica del centro, se trata de un centro cuyas instalaciones están bastante deterioradas, existe una numerosa lista de elementos que necesitarían una reforma o mejora. Entre sus instalaciones cuenta con aulas equipadas con pizarra digital, aulas de informática y laboratorios. Como espacios comunes podemos encontrar una biblioteca, un salón de actos que es habitualmente utilizado como espacio para realización de exámenes, y cafetería. En sus exteriores cuenta con espacios deportivos y un huerto. A nivel de docentes, encontramos los distintos departamentos, cada uno de ellos con su espacio específico, y una sala de profesores bastante amplia.

### 3.4 ALUMNADO DEL CENTRO

En el centro, como ya hemos comentado anteriormente, conviven alumnos de distintos niveles y de un rango de edades bastante grande, desde los 11 años hasta los 20 aproximadamente, ya que hay niveles desde 1º de Educación Secundaria hasta alumnado de grado superior, con edades más avanzadas. Cada curso está organizado en distintos grupos, dependiendo del número de alumnos, y que va disminuyendo a la vez que se avanza de curso. Los distintos grupos están organizados por niveles y de la siguiente forma:

- Educación Secundaria Obligatoria
  - 1º ESO – 5 grupos (2 bilingües)
  - 2º ESO – 5 grupos (2 bilingües)
  - 3º ESO – 4 grupos (2 bilingües)
  - 4º ESO – 3 grupos (1 bilingüe)
- Bachillerato
  - Bachillerato de Humanidades – Primer curso – 1 grupo
  - Bachillerato de Humanidades – Segundo curso – 1 grupo
  - Bachillerato de Ciencias Sociales – Primer curso – 2 grupos
  - Bachillerato de Ciencias Sociales – Segundo curso – 1 grupo

- Bachillerato de Ciencias – Primer curso – 2 grupos
- Bachillerato de Ciencias – Segundo curso – 2 grupos
- Formación Profesional Básica y Ciclos Formativos
  - Formación profesional básica. – Especialidad Informática y Comunicaciones – 1 grupo
  - Ciclo formativo grado medio “Sistemas microinformáticos y redes” – 2 grupos
  - Ciclo formativo grado superior “Desarrollo de aplicaciones multiplataforma” – 2 grupos

### 3.5 CONTEXTO DEL AULA

El grupo-clase en el cual se va a desarrollar la unidad didáctica, es un grupo de 1º ESO, formado por 25 alumnos y alumnas. En este grupo, y debido a que el centro está dotado por sus características de más personal que en un centro normal, conviven en la mayoría de clases de Matemáticas dos docentes al mismo tiempo, cuyas funciones son distintas. La profesora responsable, que a la vez es tutora del grupo y mi tutora de prácticas, cumple la función de docente principal. Como segunda figura docente en el aula, convive un segundo Profesor, encargado de realizar funciones de apoyo a la docencia principal. Este segundo docente, proviene de la educación primaria, y por lo tanto existen diferencias pedagógicas entre ambos docentes, lo cual enriquece la labor que desempeñan. El docente de apoyo, sirve en momentos puntuales de nexo de unión entre la educación primaria y secundaria.

En este grupo, con un nivel académico generalmente bastante bajo, nos encontramos con un alto nivel de diversidad en el alumnado, como bien reflejo a continuación:

- Alumnos/as en clase: 25.
- Proporción por sexos: 13 alumnos y 12 alumnas.
- Repetidores/as Totales: 5.
- Alumnos/as inmigrantes: 6, todos procedentes de Marruecos.
- Alumnos/as de etnia gitana: 8.
- Alumnos/as con necesidades específicas de apoyo educativo (NEAE): 7.

Alumno/a	Adaptación	Observación
NCA	ACS (ámbito lingüístico) ACNS (resto de materias)	TDAH (sin tratamiento)
MCC	ACS (todas las materias)	Capacidad Intelectual Límite
KK	ACS + ATAL	Incorporada a mitad de curso, no habla castellano
JCM	ACNS	TDAH (con tratamiento)
ACNN	ACNS	
IMBS	ACNS	Compensatoria por difícil entorno familiar
IMA	ACNS	TDAH (sin tratamiento)

*Tabla 6 - Alumnado con necesidades especiales*

Algunos de estos alumnos, salen del grupo de clase, y ven reforzada sus actividades de aprendizaje puntualmente con el docente PT (Pedagogía Terapéutica), donde reciben una atención específica más acorde a sus necesidades, son los siguientes alumnos: NCA, MCC, ACNN, IMA y KK.

En este grupo, además de sus características, existe un elevado nivel de absentismo, todos los meses se realiza un documento donde este aspecto queda reflejado, y hay 12 alumnos que han aparecido a lo largo del curso en la lista de absentistas. La media aproximada de alumnos que aparece en este listado suele ser de 5-6 estudiantes, lo cual interfiere bastante en la continuidad de su enseñanza. El mayor problema al respecto, es que las familias suelen justificar todo este tipo de faltas, por lo que los problemas terminan persistiendo. En la mayoría de estos casos, personal de asuntos sociales suele mediar cuando aparece el absentismo. Además, en este centro, y teniendo en cuenta sus características particulares, existe la figura del “policía tutor”, que suele mediar con las familias en casos en los que se requiere presencia directa en los domicilios para investigar e intervenir en determinadas situaciones.

El centro, como bien he comentado previamente, cuenta con una serie de recursos de personal que permite llevar a cabo programas de refuerzo. Este grupo participa activamente en el programa de “Coeducación”, donde el segundo



docente que comparte la enseñanza con mi tutora imparte sesiones donde se refuerzan hábitos y técnicas de estudio, se resuelven dudas, y otro tipo de actividades complementarias. Generalmente, este tipo de recursos, están reservados para el alumnado que tiene interés a pesar de que sus resultados no sean óptimos, pero se les intenta rescatar con este refuerzo. Concretamente, hay 12 alumnos que participan en este programa: KAR, SBK, JCM, NDT, DMDM, NEK, ALR, DM, IMBS, SMN, MNL, y ARG.

El aula, en el momento de mi realización de las prácticas, cuenta con un mobiliario bastante anticuado, con diferentes tipologías de mesas, que no permiten realmente un alto grado de flexibilidad a la hora de llevar a cabo distintas agrupaciones. A lo largo de las prácticas, además, me he dado cuenta de que existe una especie de desacuerdo entre los distintos docentes que imparten al grupo con respecto a cómo organizar el aula (agrupación de mesas, orientación del aula, agrupaciones y posición del alumnado, etc.). Además, el aula cuenta con una pizarra digital, pero que en el momento de mis prácticas no está en funcionamiento por una avería, al igual que el ordenador, por lo que la introducción de las TIC en el aula se presenta complicado. La mayoría de ventanas del aula están estropeadas, o bien no abren y no se puede ventilar, o bien las persianas están rotas y la iluminación natural y la ventilación se vuelven hacer por momentos dificultosas. En cuanto a las condiciones lumínicas, está bien acondicionado. Las condiciones acústicas son deficientes, el aula está comunicada por una puerta con el aula adyacente, y se oye continuamente ruido. Dentro del aula no existe tampoco buena acústica, puesto que no existen elementos de absorción acústica que atenúen las voces y que permitan un confort acústico adecuado para la enseñanza.

## **4. OBJETIVOS**

### **4.1 OBJETIVOS GENERALES**

De acuerdo con lo establecido en la legislación actual, más concretamente den la Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se establecen los objetivos de esta etapa educativa:

1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor; utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
5. Identificar las formas y relaciones espaciales que encontramos en nuestro entorno; analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan, al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
6. Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.), tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar información de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
7. Actuar ante los problemas que surgen en la vida cotidiana de acuerdo con métodos científicos y propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.
10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
11. Valorar las matemáticas como parte integrante de la cultura andaluza, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual. Aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, la salud, el consumo, el reconocimiento de la contribución de ambos sexos al desarrollo de nuestra sociedad y al conocimiento matemático acumulado por la humanidad, la aportación al crecimiento económico desde principios y modelos de desarrollo sostenible y utilidad social o convivencia pacífica.

#### 4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Además de los objetivos generales, previstos por la legislación, se enumeran una serie de objetivos específicos, conceptuales, procedimentales y actitudinales, que se quieren desarrollar con esta unidad didáctica:

- I. Triángulos y cuadriláteros. Identificación de las figuras en ejercicios y en el entorno inmediato, identificando aspectos como ángulos, lados, vértices, ejes de simetría, etc. Cálculo de áreas y perímetros. Reconocer las figuras en el entorno de la vida real. **OE1**
- II. Polígonos. Identificar los distintos polígonos en las distintas actividades propuestas y en el entorno inmediato, identificando aspectos como ángulos, lados, vértices, simetrías, etc. Cálculo de áreas y perímetros. **OE2**
- III. Circunferencias y círculos. Identificar la presencia de esta figura geométrica en los ejercicios y actividades propuestas y en el entorno inmediato, identificando aquellas propiedades geométricas que le caracterizan. Cálculo de sus parámetros. **OE3**

## 5. COMPETENCIAS

Para la planificación de la unidad didáctica, hemos de tener en cuenta que en el Real Decreto 1105/2014 del 3 de enero de 2015, se establecen una serie de competencias clave, que son una serie de capacidades que son consideradas como “aquellas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo”. (BOE 2015, p.170). Estas competencias clave, las cuales se han de desarrollar a lo largo de la unidad, vienen a su vez descritas en la Orden ECD/65/2015, y son las siguientes:

- a) Comunicación lingüística. **CL**
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.  
**CMCT**
- c) Competencia digital. **CD**
- d) Aprender a aprender. **AAP**
- e) Competencias sociales y cívicas. **CSC**
- f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. **SIEE**
- g) Conciencia y expresiones culturales. **CEC**

### 5.1 SUBCOMPETENCIAS MATEMÁTICAS DE NISS

Además de lo descrito en el Real Decreto 1105/2014 como competencia matemática, según Niss, la competencia matemática era aquella “habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos” (p. 218). Entendemos que, para esta materia, es una buena base para organizar el diseño de la unidad didáctica y sus intenciones. La pretensión con este diseño, es adquirir y desarrollar tanto las competencias clave de la legislación actual como las subcompetencias de Niss. Las subcompetencias matemáticas de Niss se enumeran y desarrollan a continuación:

- a) Pensar matemáticamente. **PM**

Supone dominar los distintos modos de pensamiento matemático como pueden ser: proponer cuestiones características de las matemáticas y conocer los tipos de respuestas (no necesariamente las respuestas en sí mismas) que las matemáticas pueden ofrecer a dichas cuestiones; Entender la extensión de un

concepto abstrayendo sus propiedades y generalizando resultados a un conjunto más amplio de objetos; distinguir entre distintos tipos de enunciados matemáticos (condicionales, definiciones, teoremas, conjeturas, etc.); y entender y manejar la extensión y las limitaciones de los conceptos matemáticos.

b) Plantear y resolver problemas matemáticos. **PyRPM**

Identificar, definir y plantear diferentes tipos de problemas matemáticos (teóricos, aplicados, con finales abiertos o cerrados); y resolver distintos tipos de problemas matemáticos (teóricos, aplicados, con finales abiertos o cerrados), planteados por otros o por uno mismo, y si es posible, de diferentes formas o aplicando distintos procedimientos.

c) Modelar matemáticamente (analizar, construir y evaluar modelos). **MM**

Analizar los fundamentos y propiedades de modelos existentes; traducir e interpretar los elementos del modelo en términos del mundo real; y diseñar modelos matemáticos en contextos concretos estructurando la realidad, matematizando, validando el modelo, comunicando acerca del modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones, controlar el proceso de modelización).

d) Argumentar matemáticamente. **AM**

Seguir y evaluar cadenas de argumentos propuestas por otros; conocer lo que es (y lo que no es) una demostración matemática y sus diferencias con otros tipos de razonamientos matemáticos; descubrir las ideas básicas de una demostración; y diseñar argumentos matemáticos formales e informales y transformar los argumentos heurísticos en demostraciones válidas.

e) Representar entidades matemáticas (objetos y situaciones). **REM**

Entender y utilizar (modelizando, interpretando y diferenciando entre ellas) diferentes clases de representaciones de objetos matemáticos, fenómenos y situaciones; Entender y utilizar la relación entre diferentes representaciones de una misma entidad, conociendo sus puntos fuertes y debilidades; y escoger entre varias representaciones de acuerdo con la situación y el propósito.

f) Utilizar los símbolos matemáticos. **USM**

Interpretar el lenguaje simbólico y formal de las matemáticas y entender su relación con el lenguaje natural; entender la naturaleza y las reglas de los sistemas matemáticos formales (sintaxis y semántica); traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico y formal; y utilizar y manipular las distintas expresiones simbólicas y fórmulas.

g) Comunicarse con las matemáticas y comunicar sobre matemáticas. **CMCM**

Entender textos escritos, visuales u orales sobre temas de contenido matemático; y expresarse en forma oral, visual o escrita sobre temas matemáticos, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica.

h) Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo las nuevas tecnologías). **UAYH**

Conocer la existencia y las propiedades de diversas herramientas y ayudas para la actividad matemática, su alcance y sus limitaciones; y ser capaz de usar de modo reflexivo tales ayudas y herramientas.

## 6. CONTENIDOS

En base al Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, y en consecuencia, en la planificación del departamento de matemáticas, se establecen los contenidos que se van a desarrollar a lo largo de la unidad que voy a desarrollar correspondiente a *Figuras Geométricas. Áreas y perímetros*. Los contenidos, se han de desarrollar a lo largo de dos cursos y de varias unidades, en los cursos de 1º y 2º ESO, por lo que no se abordará la totalidad de contenidos en esta unidad didáctica. La materia en cuestión, es la correspondiente a los bloques I y III:

### **BLOQUE I: PROCESOS, MÉTODOS Y ACTITUDES**

- Planificación del proceso de resolución de problemas.
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: Uso del lenguaje apropiado, reformulación del problema, resolver sus problemas, recuento exhaustivo, buscar regularidades y leyes, etc.
- Reflexión sobre los resultados: Revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación

de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.

- Planteamiento de investigaciones matemáticas en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.
- Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:
  - a) La recogida ordenada y la organización de datos.
  - b) La elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos
  - c) Facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico
  - d) El diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas
  - e) La elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos
  - f) Comunicar y compartir en entornos apropiados la información y las ideas matemáticas.

### **BLOQUE III: GEOMETRÍA**

- Elementos básicos de la geometría del plano. Relaciones y propiedades de figuras en el plano: paralelismo y perpendicularidad.
- Ángulos y sus relaciones.
- Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. Propiedades.
- Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales. Clasificación de triángulos y cuadriláteros. El triángulo cordobés: concepto y construcción. El rectángulo cordobés y sus aplicaciones en la arquitectura andaluza. Propiedades y relaciones.
- Medida y cálculo de ángulos de figuras planas.

- Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples.
- Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares. Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.

## 7. METODOLOGÍA

En el momento en el que me planteo la metodología a desarrollar en la intervención en el aula, es indispensable entender el contexto en el que me encuentro. En el primer periodo de observación me doy cuenta de que, por norma general, cuando el grupo se encuentra ante una metodología más pasiva, quizás más cercana a una metodología tradicional, tiene una actitud bastante alejada de lo que considero que puede beneficiarles en su proceso de enseñanza-aprendizaje.

Partiendo de la base de las interacciones que he tenido con ellos de forma individual o en pequeños grupos en pequeños descansos o de forma informal en algún momento de la clase de matemáticas, he observado que se involucran más cuando participan activamente en el proceso, y sobre todo cuando les he llevado algún juego o manualidad matemática. Es así, y junto con la naturaleza de la unidad que me corresponde desarrollar con este grupo, he considerado que una metodología que se aleje un poco de lo que están acostumbrados, y se vaya acercando a algo más activo, participativo y manipulativo, puede cambiar la dinámica del grupo, cuya actitud generalizada viene regida por el desinterés y el rechazo a la participación.

Entender el contexto en el que nos encontramos, a nivel psicopedagógico, nos puede hacer comprender, además, cuáles son las motivaciones del alumnado. Este es uno de los grandes problemas de la educación actual, la motivación. Barboza (2013), sugiere que los procesos activos, favorecen que el sujeto que aprende sea protagonista y que alcance niveles de implicación y participación mayores. Por lo tanto, debemos cuestionar los métodos expositivos como los aquellos naturales y eficientes, y profundizar en este aspecto desde un punto de vista crítico y analítico, estudiando posibles alternativas y promoviendo su uso en las aulas.



En parte, entiendo que la situación que vive el grupo-clase, puede ser resultado del nivel de motivación y rendimiento que subyace en el alumnado, y que probablemente se haya originado en cursos anteriores de primaria, o probablemente también a lo largo del curso actual, como resultado de metodologías que no fomentan su motivación. Intentaré con mi mayor ilusión, despertar en este grupo, que en realidad es bastante alegre y despierto, un nivel de participación e implicación mayor al que he observado, es uno de mis grandes objetivos. Así, y de acuerdo con Muñir-Rodríguez, Alonso, y Rodríguez-Muñiz (2014), “La variedad de recursos didácticos utilizados en el aula es un elemento relevante, puesto que influye directamente en el rendimiento de los alumnos” (p.31). Según los autores, no solo se han de utilizar las herramientas, sino que se ha de saber para qué se utilizan y cuáles son los objetivos de su uso. No se puede pretender introducir herramientas, sin entender su naturaleza y sin planificar qué se espera obtener de ellas. La evaluación toma aquí un papel protagonista, ya que no ha de entenderse como algo terminal, como una calificación, sino como una herramienta que ayude al profesorado y al alumnado a entender cómo está aprendiendo, qué tiene que modificar y qué cosas tiene que atender.

Es a través de la innovación en estos ámbitos donde se pueden llegar a prácticas que supongan una mejora de la autoestima del alumnado, que se integren las matemáticas como parte de la vida real, que se mejore la capacidad de pensamiento reflexivo e intuitivo y que se aprenda a utilizar medios y recursos distintos a los tradicionales en la escuela. En esta dirección, se desarrolla la metodología de la unidad didáctica, centrando mi reflexión en torno al juego y las actividades manipulativas. Introducir este tipo de innovaciones en las aulas, amparado en las investigaciones de Bravo, Márquez y Villarroel (2013), podemos entender que la combinación entre juego y la enseñanza de las matemáticas: “Además de facilitar el aprendizaje de la matemática, el juego, debido a su carácter motivador, es uno de los recursos didácticos más interesantes que puede romper la aversión que los y las estudiantes tienen hacia esta asignatura.” (p.4).

En este sentido, y como muestra del negativo efecto de determinadas prácticas, y por lo tanto, justificando el uso del tipo de estrategias que proponemos con esta unidad didáctica, encontramos las situaciones observadas y analizadas en sus investigaciones por Gutiérrez y López (2010):

Mediante las encuestas aplicadas se descubrió que los contenidos que los estudiantes recibieron no tuvieron significado alguno, es decir, su aprendizaje no fue significativo puesto que las actividades de aprendizajes no mostraban su aplicación a la vida, a las experiencias cotidianas de cada estudiante, provocando con ello el poco interés de los estudiantes y la indisciplina de los mismos, dificultad para el docente a la hora de enseñar. (p.115)

Otro de los aspectos de la metodología planteada, tiene que ver con el aprendizaje cooperativo y el trabajo en grupo. A pesar de que el mobiliario no es todo lo flexible que debería, y que el resto de docentes del equipo educativo no parece muy por la labor de modificar la configuración de la clase, se pretender llevar a cabo una serie de actividades en el aula que necesitan de esas agrupaciones para que se puedan desarrollar adecuadamente.

Con respecto a la motivación y al aprendizaje cooperativo, aspectos como la responsabilidad, la presión del grupo y la necesidad de implicarse, pueden suponer incrementos en los niveles de motivación. Además, son metodologías propias de la escuela inclusiva y suponen una forma muy efectiva de atender a la diversidad. Estas estrategias persiguen una escuela con una mejor conciencia social y una preparación mejor para el aprendizaje efectivo o significativo, así lo define Torrego (2012):

Esta metodología, además de un reto ético, al potenciar una escuela para todos y que pretende alcanzar el éxito para todos con cotas de excelencia, supone una opción que responde a las necesidades de una sociedad multicultural. Es una opción que reconoce y valora positivamente la diferencia y celebra la diversidad, promoviendo un rico entorno de aprendizaje que contribuye al desarrollo cognitivo de los alumnos, ya que consigue aumentar la variedad y la riqueza de experiencias que la escuela les proporciona, ayudándolos a desarrollar mayores habilidades

intelectuales y mejorar su capacidad de expresión y comprensión verbal, en un contexto de socialización con el conjunto de sus compañeros. (p.10)

Este tipo de actividades tienen beneficios directos sobre el individuo mejorando entre otras cosas el desarrollo cognitivo, el pensamiento crítico, el desarrollo socio-afectivo y el equilibrio emocional, las habilidades de interacción social, la autonomía, la independencia personal y en definitiva la motivación hacia el aprendizaje escolar y la mejora del rendimiento académico. Además, partiendo de grupos heterogéneos, aparecen situaciones en las que el alumnado más capaz puede llevar a cabo funciones de planificación, organización y toma de decisiones, como forma de ayudar al resto de compañeros. Estos aspectos favorecen el desarrollo metacognitivo del grupo, lo cual supone una gran ventaja con respecto de otras metodologías de trabajo.

En el desarrollo de la unidad didáctica, y como ya hemos hecho previamente, es transcendental fundamentar teóricamente aquello que queremos desarrollar, ya que forma parte de la propia la innovación e investigación, y ha de formar una base sólida sobre la que apoyar las propuestas. El modelo de Van Hiele, nos servirá como ejemplo válido de referencia teórica en el campo de la Geometría. También nos basaremos en la teoría de otros autores como Piaget o Vygotsky, que también llevan a cabo estudios sobre la teoría del juego, y su aplicación pedagógica.

### 7.1 TEMPORALIZACIÓN Y SECUENCIACIÓN

De acuerdo con lo acordado con la tutora de las prácticas y el departamento de matemáticas, la unidad a desarrollar es la de *Figuras Geométricas. Áreas y perímetros*.

La organización de la unidad didáctica, se ha llevado a cabo en torno a una serie de fases. Una primera fase inicial donde se explicará el funcionamiento de la misma a la vez que se realizará una pequeña evaluación de los conocimientos previos del alumnado. Una fase intermedia del desarrollo, donde se llevarán a cabo una serie de actividades donde se trabajarán todos los contenidos propios de la unidad didáctica. Y una última fase de evaluación, que durará tres sesiones. Esta fase estará organizada en tres sesiones, una primera sesión donde se llevará a cabo un primer test, una segunda sesión donde analizaremos el resultado del mismo y trabajaremos sobre las dudas o errores cometidos, y una

última prueba escrita, que impone el departamento, donde se evaluarán realmente la adquisición de los contenidos.

Fase	Actividad	Sesión	Contenidos
Fase inicial	Actividad 0	Sesión 1	Introducción a la unidad y Evaluación inicial
Fase de desarrollo de la unidad	Actividad 1	Sesión 2	Triángulos y cuadriláteros
		Sesión 3	Triángulos y cuadriláteros
	Actividad 2	Sesión 4	Triángulos, cuadriláteros y sus medidas
		Sesión 5	
	Actividad 3	Sesión 6	Circunferencia y sus medidas
	Actividad 4	Sesión 7	Polígonos regulares y sus medidas
		Sesión 8	Polígonos regulares y sus medidas
	Actividad 5	Sesión 9	Áreas y perímetros. Aplicaciones.
		Sesión 10	Áreas y perímetros. Aplicaciones.
		Sesión 11	Áreas y perímetros. Aplicaciones.
Fase de evaluación		Sesión 12	Test
		Sesión 13	Evaluación y estudio de resultados
		Sesión 14	Re - test

*Tabla 7 - Organización de la Unidad didáctica*

Durante la fase inicial y fase de desarrollo de la unidad, como vemos en la tabla, el trabajo a desempeñar estará estructurado en *Actividades*, que abarcan 1 o más sesiones donde se desarrollará todo el contenido de la unidad. A continuación, se desarrollarán las distintas actividades de forma más pormenorizada, analizando el desarrollo de las mismas, su metodología, los contenidos y competencias que se trabajan, los recursos y algunos aspectos de la evaluación de las mismas. Para el desarrollo de las actividades, se ha tomado como referencia la organización por fases propia del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele.

En la siguiente tabla, se puede identificar qué competencias clave y qué subcompetencias de Niss se desarrollan en cada una de las actividades, a modo de resumen.

Actividades	Competencias clave	Subcompetencias de Niss
Actividad 0 – Prueba inicial + introducción a la UD. <i>Figuras Geométricas. Áreas y perímetros.</i>	-	-
Actividad 1 – “Caja de sorpresas”	CL CMCT SIEE AA	PM PyRPM MM AM CMCM
Actividad 2 – “Tangram”	CL CMCT SIEE AA	PM MM AM USM CMCM
Actividad 3 – “Geoplano”	CL CMCT AA CSC	PM PyRPM AM REM CMCM
Actividad 4 – “Concurso de Fotografía”	CL CMCT CD AA	PM AM REM CMCM UAYH
Actividad 5 – “Renueva tu patio”	CL CMCT CSC SIEE	PM PyRPM MM REM CMCM UAYH

*Tabla 8 - Desarrollo de competencias por actividad*

### 7.1.1 Actividad 0 – Evaluación de conocimientos.

Actividad 0: “Evaluación de conocimientos”		Sesión 1
<b>Descripción</b>	Esta sesión pretende por medio de una prueba escrita, evaluar los conocimientos previos del alumnado. Se explicará la organización de la UD.	
<b>Objetivos específicos</b>	-	
<b>Competencias clave</b>	-	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	-	
<b>Agrupamiento</b>	Sin agrupamiento.	
	<b>Desarrollo y temporalización:</b>  Esta sesión, entendida como una sesión introductoria, pretende evaluar los conocimientos previos del alumnado con una prueba individual y escrita, que completará los datos obtenidos en la prueba inicial que se hace a principios de curso para todo el alumnado del centro.  Además, en la segunda parte de la misma se llevará a cabo una descripción sobre: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ El desarrollo de la unidad didáctica.</li> <li>▪ Los contenidos de la misma.</li> <li>▪ Recursos necesarios</li> <li>▪ El sistema de evaluación (Portfolio de actividades, observación y prueba escrita).</li> </ul>	<b>Tiempo:</b>  35´          20´
<b>Recursos</b>		Prueba escrita y material de escritura. Pizarra, proyector y porfolio para incluir la información.
<b>Evaluación</b>		Prueba escrita inicial de evaluación.

Tabla 9 - Actividad 0. Sesión 1 (Elaboración propia)

### 7.1.2 Actividad 1. Sesiones 2-3.

Actividad 1: “Caja de sorpresas”		Sesión 2
<b>Descripción</b>	Durante esta sesión, y como primera parte de la <i>actividad 1</i> , se pretende conocer la figura del triángulo, el cuadrilátero, y algunos polígonos regulares, conocer sus partes, sus relaciones, propiedades y clasificación dependiendo de determinados criterios.	
<b>Objetivos específicos</b>	OE1 + OE2	
<b>Competencias clave</b>	CL, CMCT, SIEE, AA	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	PM, PyRPM, MM, AM, CMCM	
<b>Agrupamiento</b>	Grupos de 3 de tipo heterogéneo. Propuestos por el propio grupo, aunque con intervención del docente si considera estos descompensados en algún momento. Los grupos han de mantenerse durante toda la actividad. Al ser 25 alumnos, los grupos serán de 3 componentes, menos un grupo que tendrá 4.	
<b>Desarrollo y temporalización:</b>		<b>Tiempo:</b>
<u>Fase 1: Información</u> Introducción a la actividad, se recuerda previamente que existen distintos tipos de ángulos, triángulos, etc.		5'
<u>Fase 2: Orientación dirigida</u> Se reparten las cajas de sorpresas, dos por cada grupo, una con los elementos A, y otra con los elementos B. Se les explica que deben de discutir entre ellos cómo juntar las tarjetas de los elementos A y B, con el fin de formar relaciones.		10'
<u>Fase 3: Explicitación</u> En esta fase entran en acción el trabajo del grupo, con la supervisión todo lo pasiva posible del docente. El grupo deberá discutir internamente los agrupamientos realizados con el fin de justificarlo posteriormente, deberán hacer anotaciones, numerar las tarjetas cuando las emparejen, etc. Se deberán pegar por parejas en una cuadrícula facilitada por el docente, donde deberán justificar su emparejamiento.		40'
<b>Recursos</b>	Caja de sorpresas, cuadrícula para emparejamiento, pegamento, material de escritura, pizarra para exponer conceptos.	
<b>Evaluación</b>	El portfolio evaluará las competencias propias del bloque 3, mientras que los aspectos propios del bloque 1, se evaluarán con una escala de observación y con una rúbrica preparada para tal fin. La consecución de las competencias del bloque 3, estarán basadas en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. (ver rúbricas en el anexo)	

Tabla 10 - Actividad 1. Sesión 2 (Elaboración propia)

Actividad 1: “Caja de sorpresas”		Sesión 3
<b>Descripción</b>	Durante esta sesión, y como primera parte de la <i>actividad 1</i> , se pretende conocer la figura del triángulo, el cuadrilátero, y algunos polígonos regulares, conocer sus partes, sus relaciones, propiedades y clasificación dependiendo de determinados criterios.	
<b>Objetivos específicos</b>	OE1 + OE2	
<b>Competencias clave</b>	CL, CMCT, SIEE, AA	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	PM, MM, AM, CMCM	
<b>Agrupamiento</b>	Grupos de 3 de tipo heterogéneo. Mantener los grupos de la sesión 1.	
<b>Desarrollo y temporalización:</b>		<b>Tiempo:</b>
<b>Fase 4: Orientación libre</b> En esta fase, continuación de la fase anterior, el docente puede proponer algunos consejos o posibilidades con el fin de que el grupo se enfrente a la última frase lo más preparado posible. En esta fase se debe recopilar toda la información en el portfolio, se deberán pegar los elementos A y B en relación y escribir un pequeño razonamiento del porqué de la unión de los elementos.		20´
<b>Fase 5: Integración</b> El docente seleccionará a los distintos grupos para que expliquen determinadas uniones de conceptos y figuras, con el fin de compartirlo con el resto del grupo. Se adjuntarán los documentos al portfolio al final de la clase.		35´
<b>Recursos</b>	Caja de sorpresas, cuadrícula para emparejamiento, pegamento, material de escritura, pizarra para exponer conceptos.	
<b>Evaluación</b>	El portfolio evaluará las competencias propias del bloque 3, mientras que los aspectos propios del bloque 1, se evaluarán con una escala de observación y con una rúbrica preparada para tal fin. La consecución de las competencias del bloque 3, estarán basadas en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. (ver rúbricas en el anexo)	

Tabla 11 - Actividad 1. Sesión 3 (Elaboración propia)



## 7.1.3 Actividad 2 – Sesiones 4-5.

Actividad 2: “Tangram”		Sesión 4
<b>Descripción</b>	Durante esta sesión, y como primera parte de la <i>actividad 2</i> , se pretende avanzar en el conocimiento de la figura del triángulo y el cuadrilátero, profundizando en aspectos como el área y el perímetro a través del Tangram.	
<b>Objetivos específicos</b>	OE1	
<b>Competencias clave</b>	CL, CMCT, SIEE, AA	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	PM, MM, AM, USM, CMCM	
<b>Agrupamiento</b>	Grupos de 3 de tipo heterogéneo. Mantener los grupos de la sesión 1.	
<b>Desarrollo y temporalización:</b>		<b>Tiempo:</b>
<u>Fase 1: Información</u> Introducción a la actividad, se puede recordar aquello que se aprendió previamente, como en las tarjetas de la sesión anterior aparecían las fórmulas del área y el perímetro, se puede consultar para esta actividad.		5´
<u>Fase 2: Orientación dirigida</u> Como primera parte de la actividad, se repartirán a cada grupo una cartulina de un color, y teniendo en cuenta el diagrama facilitado por el docente (ver anexo de la actividad), cada grupo se encargará de dibujar las figuras en las cartulinas, tantas como grupos haya para luego recortarlas y repartirlas para completar el tangram dos veces, con un total 7 colores distintos.		25´
<u>Fase 3: Explicitación</u> En esta fase, y trabajando en grupo, tratarán de calcular el área y el perímetro de cada una de las 7 figuras del tangram del primer set de figuras del tangram y adjuntarlas al portfolio de actividades.		25´
<b>Recursos</b>	Cartulinas de colores, tijeras, regla, pegamento, material de dibujo y cuadrícula para el portafolio facilitada por el docente.	
<b>Evaluación</b>	El portfolio evaluará las competencias propias del bloque 3, mientras que los aspectos propios del bloque 1, se evaluarán con una escala de observación y con una rúbrica preparada para tal fin. La consecución de las competencias del bloque 3, estarán basadas en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. (ver rúbricas en el anexo)	

Tabla 12 - Actividad 2. Sesión 4 (Elaboración propia)

Actividad 2: “Tangram”		Sesión 5
<b>Descripción</b>	Durante esta sesión, y como primera parte de la <i>actividad 2</i> , se pretende avanzar en el conocimiento de la figura del triángulo y el cuadrilátero, profundizando en aspectos como el área y el perímetro a través del Tangram.	
<b>Objetivos específicos</b>	OE1	
<b>Competencias clave</b>	CL, CMCT, SIEE, AA	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	PM, MM, AM, USM, CMCM	
<b>Agrupamiento</b>	Grupos de 3 de tipo heterogéneo. Mantener los grupos de la sesión 1.	
<b>Desarrollo y temporalización:</b>		<b>Tiempo:</b>
<b>Fase 4: Orientación libre</b> En esta fase, entendida como continuación de la anterior, el docente propondrá que, una vez conocidas el área de las figuras, cada grupo construya una figura de determinada área (distintas entre ellas y en la que no deberán usar todas las figuras), y deberán calcular su perímetro (teniendo en cuenta que hay caras que coinciden y el perímetro será distinto al de las figuras originales). El docente puede participar, pero siempre como guía haciendo preguntas antes que resolviéndolas. Dependiendo del funcionamiento de la clase, el docente puede proponer o no unas imágenes para ayudar a componer dichas figuras (ver anexo)		30´
<b>Fase 5: Integración</b> El docente seleccionará a los distintos grupos para que expongan su figura y los resultados del cálculo obtenido al resto de la clase.		25´
<b>Recursos</b>	Cartulinas de colores, tijeras, regla, pegamento, material de dibujo y cuadrícula para el portafolio facilitada por el docente.	
<b>Evaluación</b>	El portfolio evaluará las competencias propias del bloque 3, mientras que los aspectos propios del bloque 1, se evaluarán con una escala de observación y con una rúbrica preparada para tal fin. La consecución de las competencias del bloque 3, estarán basadas en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. (ver rúbricas en el anexo)	

Tabla 13 - Actividad 2. Sesión 5 (Elaboración propia)

### 7.1.4 Actividad 3 – Sesión 5.

Actividad 4: “Geoplano”		Sesión 5
<b>Descripción</b>	Durante esta sesión se pretende conocer aspectos propios del círculo y la circunferencia, llevando a cabo construcciones en el geoplano.	
<b>Objetivos específicos</b>	OE3	
<b>Competencias clave</b>	CL, CMCT, AA, CSC	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	PM, PyRPM, AM, REM, CMCM	
<b>Agrupamiento</b>	Actividad individual + contraste en los grupos de la sesión 1.	
<b>Desarrollo y temporalización:</b>		<b>Tiempo:</b>
<u>Fase 1: Información</u> Introducción a la actividad, explicación de las distintas fases de las que se compone y cuál es el resultado que se espera del ejercicio.		5´
<u>Fase 2: Orientación dirigida</u> Se repartirán dos conceptos a cada alumno, en forma de cartas, que de forma escrita explicarán como construir por pasos las figuras propias del concepto correspondiente (radio, diámetro, sector circular, recta tangente, área, etc.). Se construyen individualmente los conceptos en el geoplano.		15´
<u>Fase 3: Explicitación</u> En esta fase, y una vez trabajados los conceptos de forma individual y haciéndose expertos en el mismo, se forman los grupos propios de tres componentes del resto de actividades, y se comparten los conceptos formados. En el caso de que haya algún concepto sin respuesta el grupo puede ayudar a completarlo.		15´
<u>Fase 4: Orientación libre</u> Esta fase, que esta vez será de forma individual y como tarea para casa, constará de una ficha con problemas con círculos y circunferencias, que el alumnado deberá completar de forma individual y adjuntar al portafolio.		Trabajo en casa
<u>Fase 5: Integración</u> En esta fase, y como viene siendo habitual, se exponen los conceptos de forma global, con cuestiones por parte del docente sobre los conceptos que los grupos deberán aclarar para el resto de la clase.		15´
<b>Recursos</b>	Geoplano, gomas elásticas, portafolio, material para escribir.	
<b>Evaluación</b>	El portafolio evaluará las competencias propias del bloque 3, mientras que los aspectos del bloque 1, se evaluarán con una escala de observación y con una rúbrica preparada para tal fin. Las competencias del bloque 3, estarán basadas en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. (ver anexo)	

Tabla 14 - Actividad 4. Sesión 7 (Elaboración propia)

### 7.1.5 Actividad 4 – Sesiones 7-8.

Actividad 4: “Concurso de Fotografía”		Sesión 7
<b>Descripción</b>	Durante esta sesión, y como primera parte de la <i>actividad 4</i> , se pretende conocer aspectos propios de los polígonos regulares, triángulos y cuadriláteros, asociándolos a la vida real y fuera de la abstracción propia de lo trabajado en sesiones anteriores.	
<b>Objetivos específicos</b>	OE1 + OE2 + OE3	
<b>Competencias clave</b>	CL, CMCT, CD, AA	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	PM, AM, REM, CMCM, UAYH	
<b>Agrupamiento</b>	Grupos de 3 de tipo heterogéneo. Mantener los grupos de la sesión 1.	
<b>Desarrollo y temporalización:</b>		<b>Tiempo:</b>
<u>Fase 1: Información</u> Introducción a la actividad, explicación de las distintas fases de las que se compone (patio y tarea para casa). Se establecerán una puntuación para las fotografías dependiendo de sus características. (ver anexo)		5´
<u>Fase 2: Orientación dirigida</u> Dentro del entorno del centro, se han de realizar fotografías y toma de datos de las figuras geométricas que se encuentren.		25´
<u>Fase 3: Explicitación</u> En esta fase, y trabajando en grupo, se deberán recopilar todos los datos obtenidos, adjuntándolos al portfolio de actividades. En esta fase se han de recopilar las fotografías y adjuntarlas a un documento donde se anotará en cada una de las fotografías el lugar donde se ha hecho la fotografía, datos de la figura geométrica (perímetro, área y otras características). Como se prevé que no se van a encontrar algunas figuras geométricas en el entorno del centro (por ejemplo, un octógono que podría ser una señal de STOP), se propone que se completen las fotografías como trabajo para casa.		25´
<b>Recursos</b>	Aula de informática, cinta métrica, cuaderno para anotar, material de escritura, material para fotografiar (móvil o cámara).	
<b>Evaluación</b>	El portfolio evaluará las competencias propias del bloque 3, mientras que los aspectos propios del bloque 1, se evaluarán con una escala de observación y con una rúbrica preparada para tal fin. La consecución de las competencias del bloque 3, estarán basadas en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. (ver rúbricas en el anexo)	

Tabla 15 - Actividad 4. Sesión 7 (Elaboración propia)

Actividad 4: “Concurso de Fotografía”		Sesión 8
<b>Descripción</b>	Durante esta sesión, y como segunda parte de la <i>actividad 4</i> , se continuará con la recopilación de fotografías sobre polígonos regulares, triángulos y cuadriláteros. Se conocerá el ganador del concurso.	
<b>Objetivos específicos</b>	OE1 + OE2 + OE3	
<b>Competencias clave</b>	CL, CMCT, CD, AA	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	PM, AM, REM, CMCM, UAYH	
<b>Agrupamiento</b>	Grupos de 3 de tipo heterogéneo. Mantener los grupos de la sesión 1.	
<b>Desarrollo y temporalización:</b>		<b>Tiempo:</b>
<b>Fase 4: Orientación libre</b> En esta fase, el docente supervisará las fotografías recogidas por cada grupo, y si no han encontrado alguna, les invitará a buscar en internet dichas figuras geométricas, pero siempre en relación con la vida real. Se deberá completar la información del documento comenzado en la sesión anterior con las nuevas fotografías obtenidas.		25´
<b>Fase 5: Integración</b> El docente proyectará los documentos en la pizarra digital o proyector, y cada grupo explicará dónde han hecho las fotografías y las características de las figuras fotografiadas. Se puntuará el trabajo de cada grupo dependiendo de la cantidad y calidad de fotografías y de la información recopilada. El ganador, obtendrá un premio a elegir por el docente.		30´
<b>Recursos</b>	Aula de informática, proyector, cinta métrica, cuaderno para anotar, material de escritura, material para fotografiar (móvil o cámara).	
<b>Evaluación</b>	El portfolio evaluará las competencias propias del bloque 3, mientras que los aspectos propios del bloque 1, se evaluarán con una escala de observación y con una rúbrica preparada para tal fin. La consecución de las competencias del bloque 3, estarán basadas en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. (ver rúbricas en el anexo)	

Tabla 16 - Actividad 4. Sesión 8 (Elaboración propia)

### 7.1.6 Actividad 5 – Sesiones 9-10-11.

Actividad 5: “Renueva tu patio”		Sesión 9
<b>Descripción</b>	Durante estas tres sesiones, se pretende aplicar lo aprendido en las sesiones anteriores en un contexto de la vida real, se pretende que la mayoría del trabajo se realice en el aula, con el apoyo del docente.	
<b>Objetivos específicos</b>	OE1 + OE2 + OE3	
<b>Competencias clave</b>	CL, CMCT, CSC, SIEE	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	PM, PyRPM, MM, REM, CMCM, UAYH	
<b>Agrupamiento</b>	Grupos de 3 de tipo heterogéneo. Mantener los grupos de la sesión 1.	
<b>Desarrollo y temporalización:</b>		<b>Tiempo:</b>
<b>Fase 1: Información</b> Introducción a la actividad, explicación de las distintas fases de las que se compone y cuáles son los materiales que se deben entregar al final de la actividad.		5´
<b>Fase 2: Orientación dirigida</b> Dentro del entorno del centro, en los espacios exteriores, se propone medir distintos espacios, con el fin de obtener las dimensiones de los mismos. Se facilitarán unas pautas para medir, con el fin de facilitar el trabajo, como por ejemplo medir solamente las líneas principales de la pista, y medir todas las circunferencias y círculos). Los grupos se organizarán con un anotador de datos y dos medidores, que se encargarán de recoger los datos para que el anotador los vaya apuntando. Los elementos que cada grupo tiene que medir son los siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Huerto – Todos los grupos</li> <li>▪ Tablero de ajedrez – Todos los grupos</li> <li>▪ Gimnasio – Grupos 1,3,5,7</li> <li>▪ Pista de baloncesto – Grupos 1,3,5,7</li> <li>▪ Pista de fútbol sala – Grupos 2,4,6,8</li> <li>▪ Gradas – Grupos 2,4,6,8</li> </ul>		50´
<b>Recursos</b>	Elementos para realizar la medición como cinta métrica de 50 metros, cuaderno para anotar, material de escritura, aula de informática para trabajar las presentaciones o documentos.	
<b>Evaluación</b>	El portfolio evaluará las competencias propias del bloque 3, mientras que los aspectos propios del bloque 1, se evaluarán con una escala de observación y con una rúbrica preparada para tal fin. La consecución de las competencias del bloque 3, estarán basadas en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. (ver rúbricas en el anexo)	

Tabla 17 - Actividad 5. Sesión 9 (Elaboración propia)

Actividad 5: “Renueva tu patio”		Sesión 10
<b>Descripción</b>	Durante estas tres sesiones, se pretende aplicar lo aprendido en las sesiones anteriores en un contexto de la vida real, se pretende que todo el trabajo se realice en el aula, con el apoyo del docente. La temática consiste en medir distintos espacios del centro para su renovación.	
<b>Objetivos específicos</b>	OE1 + OE2 + OE3	
<b>Competencias clave</b>	CL, CMCT, CSC, SIEE	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	PM, PyRPM, MM, REM, CMCM, UAYH	
<b>Agrupamiento</b>	Grupos de 3 de tipo heterogéneo. Mantener los grupos de la sesión 1.	
<b>Desarrollo y temporalización:</b>		<b>Tiempo:</b>
<b>Fase 3: Explicitación</b> En esta fase, se pondrán en común aquellos datos recogidos, exponiendo cada grupo aquellas medidas tomadas para ver si coinciden aproximadamente con lo tomado por los compañeros. De esta forma, se podrá ver si se ha cometido algún error o si es necesario volver a tomar alguna medida.		20´
<b>Fase 4: Orientación libre</b> En esta fase, se facilitarán una serie de presupuestos de varias empresas de la zona sobre el precio de la pintura (€/m <sup>2</sup> o €/ml) o de la tierra para renovar el huerto. Se propone crear un presupuesto para renovar aquellos espacios que le ha correspondido al grupo. Se establecen una serie de condiciones de aquello que se tiene que calcular para que el trabajo no sea muy complejo. Se ha de medir, por ejemplo, solamente líneas exteriores de las pistas y solamente en el interior, la línea de medio campo y las circunferencias y círculos. Los grupos deberán elaborar un presupuesto de acuerdo con la empresa seleccionada, previa revisión de los precios. Como condición, además, se propone utilizar en la pintura del gimnasio y de las gradas, como mínimo 4 colores distintos, y además se valorará dibujar en alguna fachada alguna forma geométrica como parte del diseño. Además del tiempo en clase, la actividad se podrá completar en casa y habrá que añadirla a portafolio de actividades.		35´ + trabajo en casa
<b>Recursos</b>	Elementos para realizar la medición como cinta métrica de 50 metros, cuaderno para anotar, material de escritura, aula de informática para trabajar las presentaciones o documentos.	
<b>Evaluación</b>	El portfolio evaluará las competencias propias del bloque 3, mientras que los aspectos propios del bloque 1, se evaluarán con una escala de observación y con una rúbrica preparada para tal fin. La consecución de las competencias del bloque 3, estarán basadas en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. (ver rúbricas en el anexo)	

Tabla 18 - Actividad 5. Sesión 10 (Elaboración propia)

Actividad 5: “Renueva tu patio”		Sesión 11
<b>Descripción</b>	Durante estas tres sesiones, se pretende aplicar lo aprendido en las sesiones anteriores en un contexto de la vida real, se pretende que todo el trabajo se realice en el aula, con el apoyo del docente. La temática consiste en medir distintos espacios del centro para su renovación.	
<b>Objetivos específicos</b>	OE1 + OE2 + OE3	
<b>Competencias clave</b>	CL, CMCT, CSC, SIEE	
<b>Subcompetencias de Niss</b>	PM, PyRPM, MM, REM, CMCM, UAYH	
<b>Agrupamiento</b>	Grupos de 3 de tipo heterogéneo. Mantener los grupos de la sesión 1.	
<b>Desarrollo y temporalización:</b>  <u>Fase 5: Integración</u> En esta fase, y con una pequeña preparación previa, se expondrá en clase con ayuda del proyector los diseños y los precios que se han obtenido para la renovación del patio, comparando entre ellos y buscando diferencias. En la sesión anterior, y dependiendo de cómo vaya evolucionando el trabajo, el docente puede dar ideas sobre cómo organizar el material si algún grupo tiene dudas o necesita orientación. El docente evaluará la consecución de los objetivos a cada uno de los grupos.		<b>Tiempo:</b>  55´
<b>Recursos</b>	Elementos para realizar la medición como cinta métrica de 50 metros, cuaderno para anotar, material de escritura, aula de informática para trabajar las presentaciones o documentos.	
<b>Evaluación</b>	El portfolio evaluará las competencias propias del bloque 3, mientras que los aspectos propios del bloque 1, se evaluarán con una escala de observación y con una rúbrica preparada para tal fin. La consecución de las competencias del bloque 3, estarán basadas en los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele. (ver rúbricas en el anexo)	

Tabla 19 - Actividad 5. Sesión 11 (Elaboración propia)



### 7.1.7 Fase de evaluación – Sesiones 12-13-14.

De acuerdo con lo establecido en el Real Decreto 1105/2014 del 3 de enero de 2015: “La evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado de la Educación Secundaria Obligatoria será continua, formativa e integradora.” (BOE 2015, p.183). En base a esto, se entiende que todo lo que ocurre durante el desarrollo de la unidad didáctica, es susceptible de ser evaluado.

En esta fase final, y con el fin de no discriminar la evaluación de este grupo con el resto de grupos de 1º ESO del IES Saladillo, además de por insistencia del departamento de matemáticas y su metodología para evaluar con prueba escrita, se llevará a cabo una prueba escrita cuyo fin es medir la consecución de los objetivos, por medio de los criterios de evaluación y de los estándares de aprendizaje evaluables propios de esta unidad. La prueba escrita, está impuesta por el departamento y no existe la posibilidad de flexibilización.

Sin embargo, con el fin de que el alumnado trabaje las habilidades propias de una prueba escrita y de afianzar lo aprendido durante las actividades realizadas, se llevará a cabo una primera prueba en la que se realizarán una serie de actividades. Esta prueba, que se realizará en la *sesión 12*, pretende devolver una retroalimentación por parte del docente durante la *sesión 13*, sobre aquellos aspectos que son susceptibles de repasar de cara a la prueba escrita establecida por el departamento que se llevará a cabo en la *sesión 14*.

Esta metodología, pretende que la prueba escrita vista tradicionalmente como un elemento terminal de la educación, de la cual el alumnado no es capaz de ver de forma crítica sus errores, sirva como herramienta propia de evaluación de lo aprendido. Se espera, que sirva como un ejercicio más en el que trabajar las competencias propias de la unidad, y además que sirva como simulacro de la prueba real y como forma de autoevaluar el estado en el que cada uno de los alumnos se encuentra.

## 7.2 DIFICULTADES DE APRENDIZAJE

El modelo actual de enseñanza de las matemáticas, prioriza otros bloques de la disciplina por encima de la geometría. Álgebra, análisis o estadística, suelen tener un mayor protagonismo en las aulas que la geometría, siendo esta de vital

importancia para el desarrollo cognitivo del alumnado. Por tendencia y tradición, además, nos encontramos con que la geometría se ha impartido siempre desde un punto de vista tradicional, como bien nos afirman Gamboa y Ballesteros (2010):

Las clases de geometría se han basado en un sistema tradicional de enseñanza, donde es la profesora o el profesor el principal actor de este proceso. Ellos presentan la teoría, desarrollan ejemplos y aportan los ejercicios que deben ser resueltos por las estudiantes y los estudiantes. Sin embargo, estos ejercicios enfatizan en la aplicación de fórmulas y aspectos memorísticos donde se deja de lado procesos de visualización, argumentación y justificación, y se incentiva la búsqueda del “procedimiento algoritmo o algebraico” más adecuado para dar solución a las actividades que se proponen. (p. 139)

Esta cuestión, tiene como resultado que el alumnado tenga bastantes carencias con respecto al campo de la geometría. Las dificultades que el alumnado pueda tener, puede tener diversos orígenes, sin embargo, la mayoría de las veces la problemática es común. Los problemas o dificultades en el proceso de aprendizaje del alumnado en geometría son generalmente los siguientes:

- Existe dificultad para conectar las figuras matemáticas abstractas con la realidad, sufriendo por lo tanto una desconexión que evita que apliquen los conocimientos a la vida real.
- Al haber recibido generalmente una formación en primaria bastante teórica, han sido incapaces de asimilar los conceptos, por lo que su aprendizaje ha sido no significativo y su base de conocimientos de geometría es prácticamente nula, lo cual los lleva a enfrentarse a la unidad desde casi el desconocimiento.
- Dificultad para reconocer ángulos y sus características.
- Dificultad para diferenciar los tipos de triángulos, porque no es capaz de diferenciar sus partes o características.
- Dificultad para diferenciar los tipos de triángulos, porque no es capaz de diferenciar sus partes o características.

- Imposibilidad de modelizar una definición y llevarla a la abstracción de una figura geométrica.
- Incapacidad de descomponer elementos físicos y reales en figuras geométricas abstractas que lo componen.
- Escasa habilidad de dibujo.
- Dificultad en la comunicación y poco rigor en el uso del lenguaje geométrico.

Como base teórica de posibles errores y dificultades en el aprendizaje de la geometría, añadiré aquellos errores propios de los modelos de dos autores: Radatz (1979) y Astolfi (1999). La mayoría de estos errores documentados por estos autores, están relacionados con los supuestos previamente, y que son previsibles dentro del nivel en el que nos encontramos. Es importante entender el error y las dificultades no como una barrera, sino como un objeto a estudiar y sobre el cuál se han de mejorar las propuestas didácticas.

#### Modelo de clasificación de errores de Radatz (1979):

- Errores debidos a la dificultad del lenguaje.
- Errores debidos a dificultades para obtener información espacial.
- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.
- Errores debidos a la rigidez de pensamiento.
- Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes.

#### Modelo de clasificación de errores de Astolfi (1999):

- Errores debidos a la redacción y comprensión de las instrucciones de trabajo
- Errores como resultado de hábitos escolares o de una mala interpretación de las interpretaciones.
- Errores como resultado de las concepciones alternativas de los estudiantes.
- Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas.
- Errores en los procesos adoptados.
- Errores debidos a una sobrecarga cognitiva de la actividad a realizar.

- Errores que tienen su origen en otra disciplina.
- Errores causados por la complejidad propia del contenido.
- Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas.

## 8. EVALUACIÓN

### 8.1 CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

De acuerdo con lo recogido en el Real Decreto 1105/2014, de 3 de enero, se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y de Bachillerato. De acuerdo con esta Ley Orgánica, se recogen los criterios de evaluación y estándares evaluables propios de esta etapa educativa. Así, los criterios de evaluación, de acuerdo con la Ley Orgánica son “el referente específico para evaluar el aprendizaje del alumnado. Describen aquello que se quiere valorar y que el alumnado debe lograr, tanto en conocimientos como en competencias; responden a lo que se pretende conseguir en cada asignatura.” (BOE 2015, p.172). Por otro lado, los estándares de aprendizaje evaluables, están definidos como “especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje, y que concretan lo que el estudiante debe saber, comprender y saber hacer en cada asignatura.” (BOE 2015, p.172). Por lo tanto, ambos han de entenderse como herramientas que nos permiten medir la consecución de los objetivos de la unidad. Con esto, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables propios de los Bloques 1 y 3, relacionados con las competencias clave y que se van a desarrollar en la unidad didáctica, son los siguientes:

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluable	Competencias Clave
1. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.	1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.	CCL CMCT

2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.	2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).	CCL CMCT
	2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.	
4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc.	4.1. Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.	CMCT AA
5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación.	5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas, utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico y estadístico-probabilístico.	CCL CMCT AA SIEP
7. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos.	7.1. Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados.	CMCT AA
9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.	9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.	AA SIEP
10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.	10.1. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.	AA CSYC CEC

11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas.	11.1. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos cuando la dificultad de los mismos impide o no aconseja hacerlos manualmente.	CMCT CD AA
	11.2. Utiliza medios tecnológicos para hacer representaciones gráficas de funciones con expresiones algebraicas complejas y extraer información cualitativa y cuantitativa sobre ellas.	
	11.3. Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.	

Tabla 20 - Contenidos del Bloque 1

Bloque 3. Geometría		
Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluable	Competencias Clave
1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana.	1.1. Reconoce y describe las propiedades características de los polígonos regulares: ángulos interiores, ángulos centrales, diagonales, apotema, simetrías, etc.	CCL CMCT AA CSYC CEC
	1.2. Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos.	
	1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales.	
	1.4. Identifica las propiedades geométricas que caracterizan los puntos de la circunferencia y el círculo.	

2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución.	2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.	CCL CMCT CD SIEP
	2.2. Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de un arco y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos.	
6. Resolver problemas que conlleven el cálculo de longitudes y superficies del mundo físico.	6.1. Resuelve problemas de la realidad mediante el cálculo de longitudes y áreas de figuras planas, utilizando los lenguajes geométricos y algebraicos adecuados.	CMCT CSYC CEC

Tabla 21 - Contenidos del Bloque 3

## 8.2 DESCRIPCIÓN DE LA EVALUACIÓN

La evaluación, que estará basada en los criterios de evaluación y en los estándares de aprendizaje evaluables enumerados anteriormente, va a respetar lo establecido en la programación del departamento de matemáticas del IES Saladillo, con el fin de que no surja una discriminación de evaluación entre los distintos grupos de 1º ESO. De esta forma, los criterios de evaluación y sus correspondientes estándares de aprendizaje, serán el referente fundamental para valorar el grado de adquisición de las competencias clave, a través de las diversas actividades y tareas que se desarrollen en el aula. Con esa finalidad, se establece la siguiente ponderación de acuerdo con la programación del departamento para obtener la calificación del alumnado, la cual quedará distribuida de la siguiente forma:

Instrumento de evaluación	Porcentaje
Prueba escrita (contenidos propios del bloque 2,3,4,5)	70%
Procesos, métodos y actitudes (propios del bloque 1)	30%

Tabla 22 - Reparto de porcentajes

Teniendo en cuenta que el bloque 1 está presente en todas las unidades, no tiene que desarrollar todos los contenidos del mismo en una única unidad, sino que tiene un carácter transversal y por lo tanto se distribuye a lo largo de todo el curso. Por ello, se desarrollará con respecto a esta unidad. Los instrumentos propios que utilizaremos para evaluar el bloque 1 serán los siguientes:

- Observaciones realizadas en el aula atendiendo a los siguientes aspectos: participación en las actividades de clase y buena actitud hacia la realización de las mismas, colaboración en el trabajo de grupo, respeto al trabajo de compañeros y profesores, realización de actividades en clase y en casa, actitud adecuada para afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Portfolio de actividades. Deberá estar ordenado y completo de contenidos. La caligrafía y ortografía deberán ser correctas.

Para poder evaluar estos aspectos correctamente, haremos uso unas rúbricas, que se pueden encontrar en el Anexo II, al final del documento.

## 9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Astolfi, J. P. (1999): *El “error”, un medio para enseñar*. DIADA Editora. 1ra Edición. España.
- Ausubel, D., Novak, J. D., Hanesian, H. (1987). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- Barboza, J. A. (2013). Explorar y Descubrir para Conceptualizar en Geometría. *Scientia et Technica*, 18 (2), 369-375. Recuperado de: <https://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/8565/5437> [Consultado en mayo 2020].
- Bravo, C., Márquez, H. & Villarroel, F. (2013). Los juegos como estrategia metodológica en la enseñanza de la geometría, en estudiantes de séptimo grado de educación básica. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 13 (1). 1-13. Recuperado de [https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS\\_V13\\_N1\\_2012/RevistaDigital\\_Bravo\\_V13\\_n1\\_2012/RevistaDigital\\_Bravo\\_V13\\_n1\\_2012.pdf](https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS_V13_N1_2012/RevistaDigital_Bravo_V13_n1_2012/RevistaDigital_Bravo_V13_n1_2012.pdf)
- Dongo, A., (2008). La teoría del aprendizaje de Piaget y sus consecuencias para la praxis educativa. *Revista IIPSI*, 11 (1), 167-181.




- Gamboa, R. & Ballesteros, E., (2010). La enseñanza y el aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista electrónica Educare*, 14 (2), 125-142.
- Gutiérrez, S. Y. & López, E. C. (2010). Enseñanza de la geometría en segundo año de educación secundaria bajo el enfoque de competencias. Una propuesta metodológica basada en competencias para la enseñanza de la geometría. *Ciencia e Interculturalidad*, 6 (1), 110-119. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/267840872\\_ENSEñANZA\\_DE\\_IA\\_gEOMETrIA\\_EN\\_SEgUNDo\\_Año\\_DE\\_EDUCACIoN\\_SECUNDArIA\\_BAJo\\_EL\\_ENfoQUE\\_DE\\_CoMPETECIAS\\_Una\\_Propuesta\\_metodologica\\_basada\\_en\\_competencias\\_para\\_la\\_ensenanza\\_de\\_la\\_geometria](https://www.researchgate.net/publication/267840872_ENSEñANZA_DE_IA_gEOMETrIA_EN_SEgUNDo_Año_DE_EDUCACIoN_SECUNDArIA_BAJo_EL_ENfoQUE_DE_CoMPETECIAS_Una_Propuesta_metodologica_basada_en_competencias_para_la_ensenanza_de_la_geometria)
- Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P. & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Unión*, 39. 19-33. Recuperado de: <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2014/39/archivo6.pdf> [Consultado en mayo 2020].
- Niss, M. (2003). Quantitative Literacy and Mathematics Competencies. En *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, 215-220. Recuperado de: [https://www.maa.org/external\\_archive/QL/pgs215\\_220.pdf](https://www.maa.org/external_archive/QL/pgs215_220.pdf) [Consultado en mayo 2020].
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10 (3), 163-172.
- Torrego, J.C. (coord.), Boal, T., Expósito, M., Miguel, A., Moya, A., (2011). *Alumnos con altas capacidades y aprendizaje cooperativo. Un modelo de respuesta educativa*. Madrid, España. Editorial SM.
- Vargas, G. & Gamboa, R., (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27 (1), 74-94.

### **Normativa de referencia**

- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado, Madrid, España, 3 de enero de 2015.

# ANEXO I: TEST DE CONOCIMIENTOS PREVIOS – IES SALADILLO

<b>NOMBRE Y APELLIDOS</b>		<b>IES SALADILLO</b>	
<b>MATERIA:</b> Prueba Inicial Matemáticas	<b>CURSO:</b> 1ºESO.	<b>Grupo</b> .....	<b>FECHA:</b> Septiembre 2019.
<b>Recuerda:</b> 1. Revisa bien la ortografía. 2. Escribe horizontalmente, con letra clara y legible. 3. Respeta todos los márgenes. 4. Haz un uso correcto de mayúsculas y minúsculas. 5. Utiliza correctamente los signos de puntuación. 6. Presta atención a las concordancias. 7. Haz al menos una revisión general antes de entregarlo. 8. Respeta el orden de las preguntas.			

## 1.- LECTURA Y ESCRITURA DE NÚMEROS NATURALES.

Completa con cifras o letras según corresponda:

4.372: \_\_\_\_\_

Dieciocho mil quince: \_\_\_\_\_

1.123.905: \_\_\_\_\_

Dos mil millones: \_\_\_\_\_

53.052: \_\_\_\_\_

## 2.- OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES.

Sumas: a)  $1.435 + 679 =$

b)  $28.045 + 5.678 + 1.943 =$

Restas: c)  $654 - 321 =$

d)  $7.056 - 3.675 =$

Multiplicaciones: e)  $734 \cdot 6 =$

f)  $285 \cdot 93 =$

Divisiones: g)  $23.604 : 4 =$

h)  $56.935 : 23 =$

**3.- OPERACIONES COMBINADAS**

a)  $12 \cdot 4 - 3 =$

b)  $2 \cdot (5 + 3) - 4 =$

c)  $7 \cdot (5 + 6) - 10 : 5 =$

**4.- PROBLEMAS:**

En un partido de baloncesto, se han vendido un total de **200 entradas**, de las cuales 104 se han vendido a 5 euros cada una, 62 entradas a 7 euros cada una y el resto a 10 euros cada una. ¿Cuál ha sido el total recaudado en dicho partido?

Un granjero recoge **1.274 huevos**, los envasa en cajas de 6. Contesta a las siguientes preguntas: ¿Cuántos huevos quedan sin completar una caja?, ¿cuántas cajas completas puede formar el granjero?

**5.- CUADRADO MÁGICO:**

Completa las casillas del siguiente cuadrado con los números 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 y 9 de forma que;

- **Los números no pueden repetirse.**
- La suma de los tres números que forman cada una de las tres **filas** del cuadrado es **15**.
- La suma de los tres números que forman cada una de las tres **columnas** del cuadrado es **15**.
- La suma de los tres números que componen las dos **diagonales** del cuadrado es **15**.

	5	

**6.- MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NUMERO NATURAL.**

a.- Escribe tres múltiplos de:

8: \_\_\_\_

12: \_\_\_\_

b.- Escribe los divisores de:

8: \_\_\_\_\_

20: \_\_\_\_\_

c.- Di si es verdadero o falso ( F o V):

4 es divisor de 12 \_\_\_\_

32 es múltiplo de 6 \_\_\_\_

**7.- OPERACIONES CON NÚMEROS DECIMALES.**

□ Realiza las siguientes operaciones:

a)  $124,56 + 38,437 + 29,6 =$

b)  $56,24 \cdot 3,7 =$

c)  $186,35 : 5 =$

□ Resuelve el siguientes problema:

-En el supermercado he comprado 2,5 Kg de manzanas y 3,46 Kg de naranjas. Si el precio del kilogramo de manzanas y naranjas es de 0,7 € y 1,2 € respectivamente, ¿cuánto tendré que pagar por la compra total?

**8.- OPERACIONES CON FRACCIONES .**

□ Realiza las siguientes operaciones:

a)  $\frac{7}{4} + \frac{2}{4} =$

b)  $\frac{3}{4} - \frac{5}{3} =$

c)  $\frac{7}{4} \cdot \frac{2}{3} =$

d)  $\frac{5}{7} : \frac{3}{4} =$

e)  $\frac{3}{5} : 6 =$

f)  $\frac{2}{3} \text{ de } 60 =$

g) 15% de 50 =

### 9.- PROBLEMAS

□ **Plantea y resuelve los siguientes problemas:**

- a) Un señor tiene 1800 euros. Gasta los  $\frac{4}{6}$  en un televisor. ¿Cuánto dinero le queda?
- b) Laura ha comprado unas zapatillas de deporte que están rebajadas un 15%. Si su precio original era de 42 €, ¿cuánto pagará por las zapatillas?

### 10.- MEDIDAS DE LONGITUD, CAPACIDAD Y MASA.

(Recuerda la escalera: Km-hm-dam-m-dm-cm-mm; igual para litros (l) y gramos (g))

□ **Realiza los siguientes cambios de unidades:**

$$74 \text{ km} = \text{_____ dam}$$

$$5,34 \text{ dam} = \text{_____ mm}$$

$$78,34 \text{ g} = \text{_____ hg}$$

$$2,5 \text{ hl} = \text{_____ dl}$$

### 11.- MEDIDAS DE TIEMPO.

Si una hora tiene 60 minutos y un minuto tiene 60 segundos:

a.- Expresa en segundos:

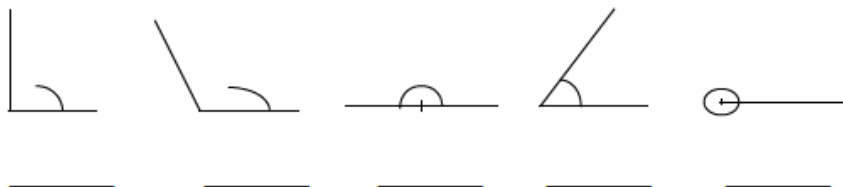
$$4 \text{ h } 15 \text{ m } 34 \text{ sg} =$$

b.- Transforma en horas:

$$14.400 \text{ sg} =$$

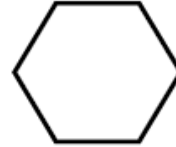
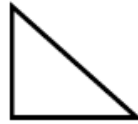
### 12.- CLASIFICACIÓN DE ÁNGULOS.

□ **Nombra los siguientes ángulos según su amplitud:**



### 13.- CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS.

Escribe el nombre debajo de cada polígono:



### 14.- ÁREAS DE POLÍGONOS.

- Une con flechas cada polígono con la fórmula de su área.

Polígonos		Cálculo del área
Cuadrado		base x altura
Trapezio		lado x lado
Triángulo		$\frac{\text{Diagonal mayor} \times \text{diagonal menor}}{2}$
Rombo		$\frac{\text{Suma de las bases} \times \text{altura}}{2}$
Rectángulo		$\frac{\text{bases} \times \text{altura}}{2}$

### 15.- PROBLEMAS.

- Plantea y resuelve los siguientes problemas:

a.- Calcula el área de un cuadrado de 24 cm de perímetro.

b.- Calcula el área de un triángulo de 6 cm de base y 8 cm de altura.

**16.- TABLAS Y ESTADÍSTICAS.**

- Observa los datos de la gráfica sobre el peso de una clase de 3º y represéntalos en un eje de coordenadas.

Peso de kg.	nº de niños
30	6
31	7
32	6
33	2
34	8
35	3

**Eje de coordenadas**

nº de niños								

**Peso en kilogramos**

- Los datos sobre el número de suspensos de una clase de 1ºESO son:  
2, 3, 1, 1, 0, 4, 3, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 5, 5, 2, 3, 1, 1, 0, 0, 2, 1, 4

- a) Representa esos datos en los ejes de coordenadas.      b) ¿Cuántos alumnos/as han aprobado todas las asignaturas?

nº de niños								

**Nº de suspensos**

## LOS NÚMEROS.....SIEMPRE PRESENTES EN NUESTRA VIDA DIARIA.

### “NÚMEROS Y LETRAS EN LAS MATRÍCULAS DE LOS COCHES”



Desde el año 2000, en adaptación a la normativa de la UE, todas las matrículas se ordenan según un código compuesto por un número de cuatro cifras, que empieza por 0000, 0001, 0002, ....y acaba en el 9999 (es decir, 10.000 números), seguido de tres letras .Vale cualquier letra **exceptuando**:

- Las **vocales** para evitar combinaciones malsonantes o nombres propios como EVA
- Las consonantes **Ñ** y **Q** por confundirse con la N y la O o el cero.
- La **LL** y la **CH** por ser incompatibles con el diseño de la placa, que no admite cuatro letras en el último grupo.

El primer coche que se matriculó con este nuevo sistema tenía la matrícula 0000BBB,el siguiente sería 0001BBB y así hasta el 9999BBB. Después de estos primeros 10.000 coches con la BBB, se cambió la última letra en orden alfabético: 0000BBC, 0001BBC;..... hasta el 9999BBC Cuando se agotara la Z del último lugar se pasaría de la B a la C: 0000BCB,0001BCB.....9999BCB y así sucesivamente siguiendo el orden alfabético, después del 9999BZZ iría la matrícula 0000CBB

**Lee el texto anterior las veces necesarias para poder contestar a las siguientes preguntas:**

- a) ¿Por qué no aparecen vocales en las matrícula?
- b) ¿Cuántas letras distintas de nuestro abecedario pueden verse en las matrículas?

Si la familia Saladillo acaba de comprarse un coche nuevo, al que se le ha asignado la matrícula:

**8704 MFD**

- c) ¿Cuántos coches se han matriculado hasta el momento que lleven en la matrícula las mismas letras?
- d) ¿Cuántos coches se matricularán antes de que cambie una letra?
- e) Si crees que son importantes, **enumera tres situaciones que demuestren lo importante que es saber y manejar bien las matemáticas diariamente.**



## ANEXO II: RÚBRICAS

### Rúbrica para la evaluación del Portafolio (15% de la calificación final)

	Excelente (10)	Bien (7)	Mejorable (5)	Deficiente (3)	Muy deficiente
Presentación (25%)	El portafolio presenta una muy correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad.	El portafolio presenta una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad.	El portafolio tiene una presentación poco correcta, en cuanto a limpieza y claridad.	El portafolio presenta una incorrecta presentación en cuanto a limpieza y claridad.	El portafolio está en arrugado y mal conservado, con manchas y descuidado.
Contenidos (35%)	El portafolio presenta todo el contenido de todas las actividades desarrolladas en clase, con notas sobre palabras del docente.	El portafolio presenta casi todo el contenido de las actividades desarrolladas, hay alguna anotación hecha por el propio alumno.	En el portafolio faltan algunas de las actividades desarrolladas.	En el portafolio faltan la mayoría de las actividades desarrolladas.	Portafolio sin contenido.
Errores (15%)	Los errores están bien señalados, y se han modificado aquellas cosas en las que se han cometido errores.	Algunos errores están señalados, y se han modificado algunas cosas en las que se han cometido errores.	Pocos errores están señalados, y se han modificado pocas cosas en las que se han cometido errores.	Casi no se señalan los errores, y no se han modificado las cosas en las que se han cometido errores.	Ninguna corrección y ninguna anotación de errores.
Organización (25%)	La información está organizada de forma cronológica y con sentido.	Hay algunas partes que están desordenadas.	Hay bastantes partes que están desordenadas.	El portafolio está totalmente desordenado.	Organización nula o sin contenidos que organizar.

### Rúbrica para la evaluación de aspectos del Bloque 1. (15% de la calificación final)

	Excelente (10)	Bien (7)	Mejorable (5)	Deficiente (3)	Muy deficiente
Expresión oral (15%)	Se expresa de forma muy fluida, utiliza el lenguaje matemático adecuadamente y se expresa con rigor y precisión perfectas.	Se expresa de forma bastante fluida, utiliza el lenguaje matemático adecuadamente casi siempre y se expresa con rigor y precisión en la mayoría de sus intervenciones.	Su expresión oral es más o menos fluida, a veces utiliza el lenguaje matemático, y algunas veces se expresa con rigor y precisión.	Se expresa de forma fluida en muy pocas ocasiones, utiliza poco el lenguaje matemático y su rigor y precisión es muy baja.	No se expresa fluidamente, no utiliza el lenguaje matemático y no se expresa con rigor ni precisión.
Procesos de razonamiento y resolución de problemas (15%)	Analiza y comprende perfectamente el enunciado de los problemas que se le proponen y relaciona además el resultado con lo que se le pregunta.	La mayoría de las veces comprende los enunciados, y también es capaz de crear relaciones entre el enunciado y los resultados.	Algunas veces no comprende los enunciados, lo cual le lleva a que pocas veces no comprenda el problema que se propone.	En la mayoría de las veces no comprende los enunciados, y a veces comete errores por no comprender lo que se le pregunta.	Es incapaz de comprender los enunciados, no relaciona los resultados con los enunciados y eso le lleva a cometer errores continuamente.
Profundización en los problemas resueltos (15%)	Generalmente profundiza en la problemática que se le propone y es capaz de realizar otras preguntas con variaciones en los datos y en otros contextos.	Bastantes veces profundiza en la problemática que se le propone y también es capaz de realizar otras preguntas con variaciones en los datos y en otros contextos.	Algunas veces profundiza en la problemática que se le propone y algunas veces es capaz de realizar otras preguntas con variaciones en los datos y en otros contextos.	Muy pocas veces profundiza la problemática que se le propone y algunas veces es capaz de realizar otras preguntas con variaciones en los datos y en otros contextos.	No es capaz en ningún momento de profundizar en la problemática en cuestión y tampoco es capaz de extrapolar los datos a otros contextos y situaciones.
Elaboración y presentación de informes (15%)	Presenta informes de forma perfectamente ordenada, con rigor matemático y usando lenguaje adecuado. Contenido claro y fácilmente entendible.	Presenta informes de forma bastante ordenada, con bastante rigor matemático y usando lenguaje bastante adecuado. Contenido bastante claro y fácilmente entendible.	Presenta informes de forma ordenada, aunque con algo de desorden puntual, con algo de rigor matemático y usando lenguaje suficientemente adecuado. Contenido claro y entendible.	Presenta informes de forma poco ordenada, con poco rigor matemático y usando un lenguaje poco adecuado. Fallos en el contenido y su entendimiento.	No presenta informes o los presenta de forma muy desordenada, sin rigor y lenguaje nada apropiado. Contenido errático y difícil de entender.

Valoración de la modelización matemática para resolver problemas de la vida cotidiana. (10%)	Realiza reflexiones sobre la modelización matemática como recurso para resolver problemas de la vida cotidiana y es capaz de ver su utilidad en todo momento.	Realiza reflexiones sobre la modelización matemática como recurso para resolver problemas de la vida cotidiana en la mayoría de las ocasiones y a veces es capaz de ver su utilidad para la vida cotidiana.	Realiza reflexiones sobre la modelización matemática como recurso para resolver problemas de la vida cotidiana algunas de las ocasiones y pocas veces es capaz de ver su utilidad para la vida cotidiana.	No suele realizar reflexiones sobre la modelización matemática como recurso para resolver problemas de la vida cotidiana y pocas veces es capaz de ver su utilidad para la vida cotidiana.	No reflexiona sobre la modelización matemática como recurso para resolver problemas de la vida cotidiana y no es capaz de ver su utilidad para la vida cotidiana.
Superación ante situaciones de bloqueo (10%)	Es capaz de superar de situaciones de bloqueo de forma autónoma y satisfactoria.	Algunas veces es capaz de superar situaciones de bloqueo de forma autónoma y satisfactoria.	Algunas veces es capaz de superar situaciones de bloqueo de con ayuda del docente.	Muy pocas veces es capaz de superar situaciones de bloqueo, normalmente necesita la ayuda del docente.	No es capaz de superar situaciones de bloqueo, y siempre necesita la ayuda del docente.
Reflexionar sobre las decisiones tomadas (10%)	Es capaz de analizar y reflexionar la totalidad de las veces sobre los procesos llevados a cabo y las decisiones.	Algunas veces es capaz de analizar y reflexionar sobre los procesos llevados a cabo y las decisiones.	Pocas veces es capaz de analizar y reflexionar sobre los procesos llevados a cabo y las decisiones.	Casi nunca es capaz de analizar y reflexionar sobre los procesos llevados a cabo y las decisiones.	No es capaz de analizar y reflexionar sobre los procesos llevados a cabo y las decisiones.
Uso de herramientas tecnológicas y su aplicación al ámbito geométrico (10%)	Utiliza las herramientas adecuadas en cada momento y es capaz de representar elementos geométricos y matemáticos con medios tecnológicos.	Utiliza las herramientas adecuadas la mayoría de las veces y es capaz casi siempre de representar elementos geométricos y matemáticos con medios tecnológicos.	Utiliza las herramientas adecuadas algunas de las veces y es capaz de representar elementos geométricos y matemáticos con medios tecnológicos.	Casi nunca es capaz de utilizar las herramientas adecuadas y casi nunca es capaz de representar elementos geométricos y matemáticos con medios tecnológicos.	No es capaz de utilizar las herramientas adecuadas y no es capaz de representar elementos geométricos y matemáticos con medios tecnológicos.

## ANEXO III MATERIAL PARA EL DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES.

### ▪ Actividad 1 – “Caja de sorpresas”

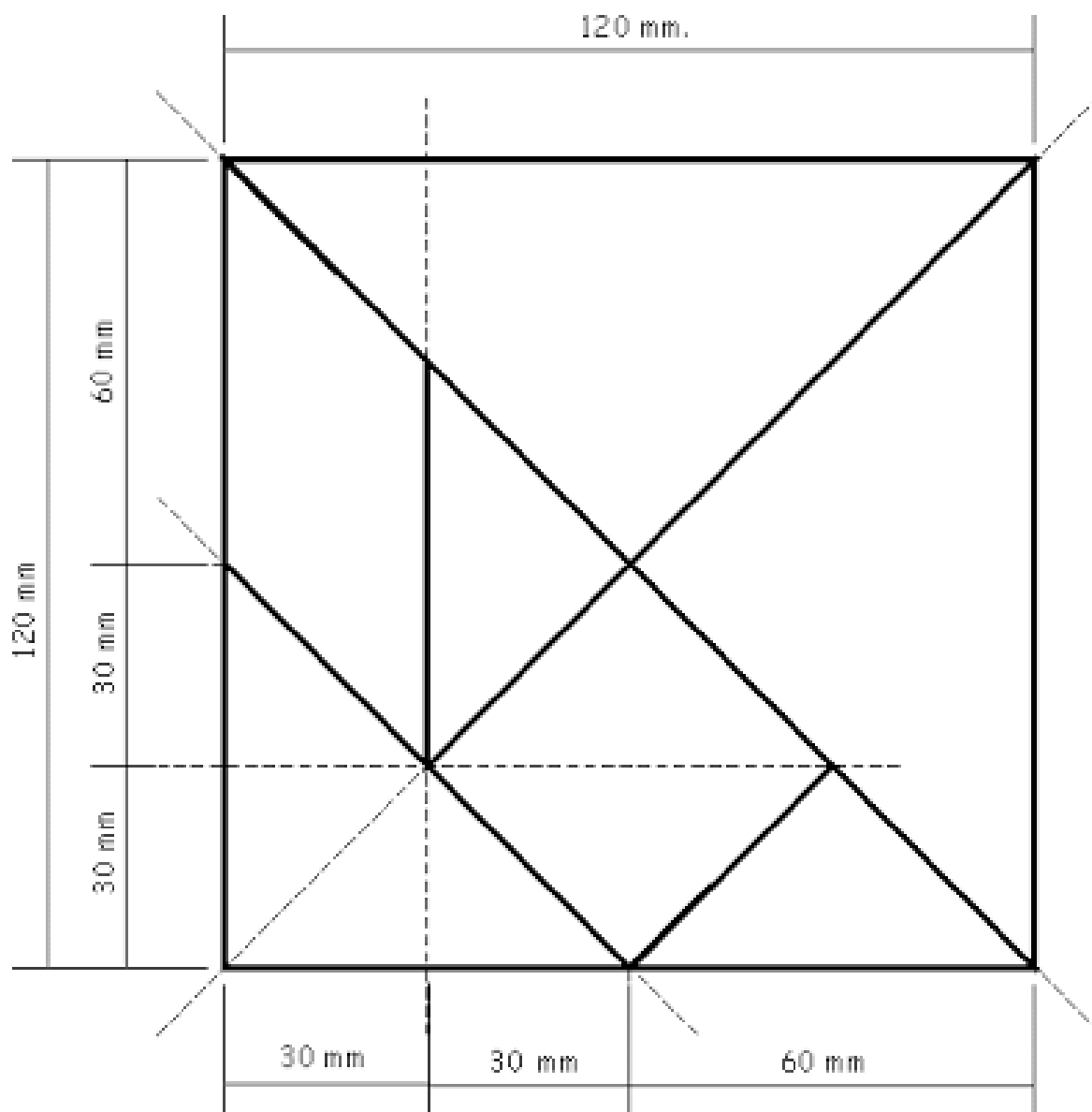
Para esta actividad, se facilitará la caja de sorpresas, en la que se introducirán tarjetas como las expuestas a continuación, recogerán conceptos propios de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, con el fin de que el alumnado una la definición a la imagen y la adjunte al Portafolio:



Ilustración 1 - Fuente: <https://www.aulapt.org/2015/09/23/juego-de-memoria-y-a-asociacion-triangelos-y-cuadrilateros/>

### ▪ Actividad 2 – “Tangram”

En esta actividad, se facilitará la siguiente plantilla de recorte, que servirá para que los grupos recorten la pieza asignada tantas veces como sea necesario y la distributa al resto de la clase.



*Ilustración 2 – Fuente:*

<https://sites.google.com/site/543areasyperimetrosdepolygonos/Repasemos/tangram>

### ■ Actividad 3 – “Geoplano”

En esta actividad, se facilitará tanto un geoplano ya construido propiedad del centro, como las unas tarjetas del estilo de las siguientes, que recogerán los conceptos que tendrán que ser representados en el geoplano y posteriormente recogidos en el Portafolio.

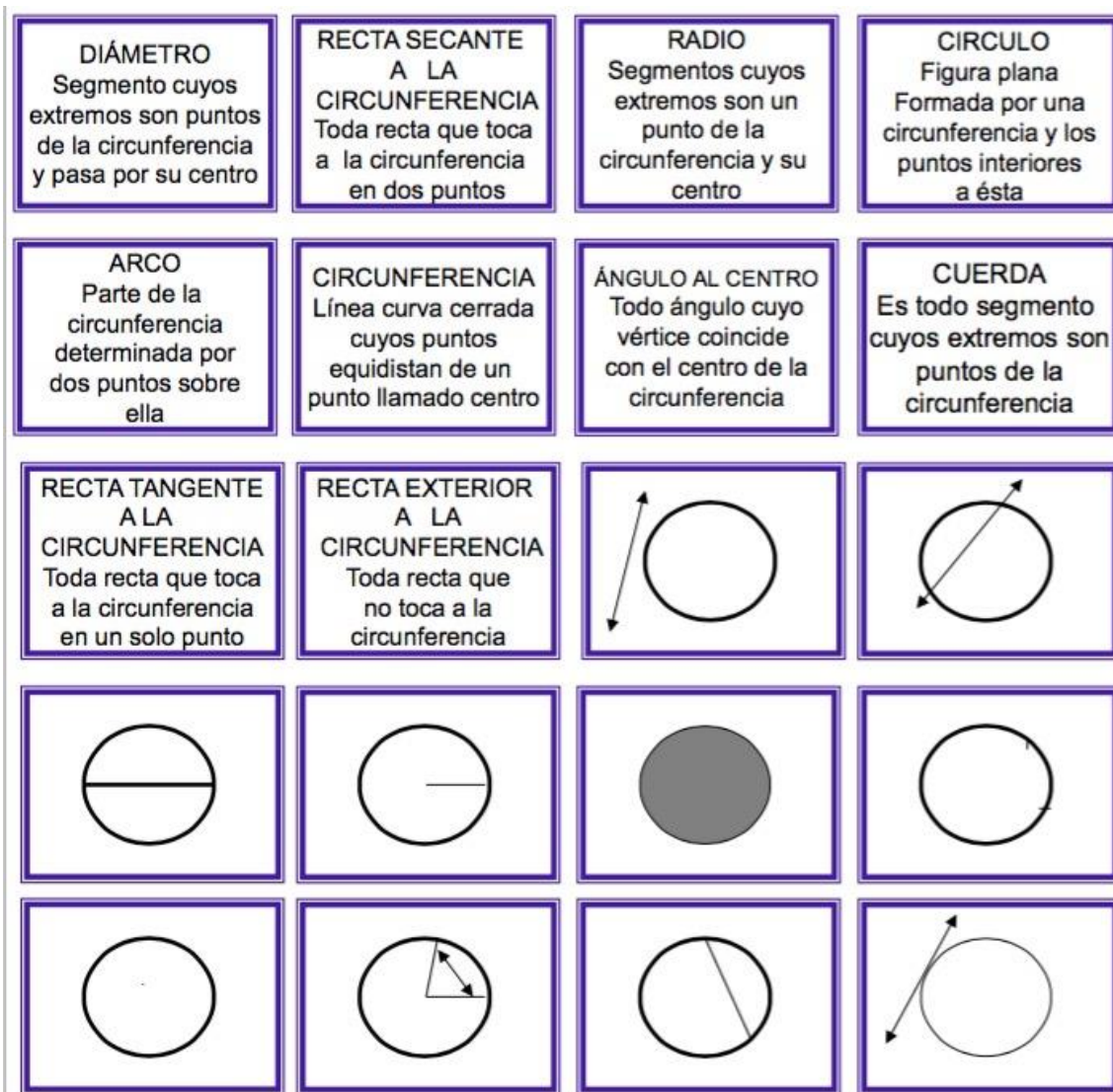


Ilustración 3 - Fuente: <https://www.aulapt.org/2015/09/23/juego-de-memoria-y-asociacion-la-circunferencia-y-el-circulo/>

#### ▪ Actividad 4 – “Concurso de Fotografía”

##### Reglas del concurso.

- Se admitirán como máximo 3 fotografías de cada una de las figuras, con un máximo de 1 punto por cada figura encontrada en el contexto de la vida real.
- Las imágenes encontradas en el centro y las encontradas en la calle, contarán cada una con 1 punto. Las imágenes encontradas en internet, solamente sumarán 0,5 puntos.
- Si la fotografía lleva señalada algún concepto propio de la figura geométrica, entonces, se sumará 0,25 puntos por cada concepto añadido en la fotografía. Debe de estar claramente señalado y ser fácilmente reconocible. (Tipos de ángulos, tipo de triángulo o cuadrilátero, radio, diámetro, apotema, etc).
- Las fotografías presentadas borrosas o incompletas, serán penalizadas con la resta de 0,5 puntos a la puntuación de la fotografía.



### ▪ Actividad 5 – “Renueva tu patio”

En el siguiente plano, que se facilitará al alumnado, se marcan las zonas que hay que medir con el primer fin de la toma de datos propia de la actividad.



*Ilustración 4 - IES Saladillo (Elaboración propia)*

A continuación, se exponen las plantillas de precios de las empresas que se encargarán de la renovación de las instalaciones:

Empresa 1 – El saladillo	Precios
Pintura de superficies	
Pintura blanca	3,00 €/m <sup>2</sup>
Pintura negra	5,00 €/m <sup>2</sup>
Pintura roja	3,50 €/m <sup>2</sup>
Pintura azul	4,00 €/m <sup>2</sup>
Pintura amarilla	2,75 €/m <sup>2</sup>
Pintura verde	3,25 €/m <sup>2</sup>
Trazado de líneas	
Pintura de líneas	
Pintura blanca	0,25 €/ml
Pintura amarilla	0,20 €/ml
Pintura verde	0,35 €/ml
Pintura roja	0,40 €/ml
Pintura azul	0,10 €/ml



Empresa 2 – Pinturas Andalucía	Precios
Pintura de superficies	
Pintura blanca	2,75 €/m <sup>2</sup>
Pintura negra	3,00 €/m <sup>2</sup>
Pintura roja	4,50 €/m <sup>2</sup>
Pintura azul	2,00 €/m <sup>2</sup>
Pintura amarilla	3,75 €/m <sup>2</sup>
Pintura verde	3,00 €/m <sup>2</sup>
Trazado de líneas	
Pintura de líneas	
Pintura blanca	0,20 €/ml
Pintura amarilla	0,25 €/ml
Pintura verde	0,40 €/ml
Pintura roja	0,20 €/ml
Pintura azul	0,20 €/ml

Empresa 3 – Juan el pintor	Precios
Pintura de superficies	
Pintura blanca	3.50 €/m <sup>2</sup>
Pintura negra	4,00 €/m <sup>2</sup>
Pintura roja	2,25 €/m <sup>2</sup>
Pintura azul	4,50 €/m <sup>2</sup>
Pintura amarilla	3,25 €/m <sup>2</sup>
Pintura verde	3,00 €/m <sup>2</sup>
Trazado de líneas	
Pintura de líneas	
Pintura blanca	0,20 €/ml
Pintura amarilla	0,10 €/ml
Pintura verde	0,30 €/ml
Pintura roja	0,25 €/ml
Pintura azul	0,25 €/ml

## ANEXO II: EXTRACTO DEL DIARIO DE PRÁCTICAS

A continuación, se recoge un extracto del diario de prácticas del primer periodo de prácticas en el IES Saladillo de Algeciras. En este centro, el uso de los mapas conceptuales (conocidos en el centro como *esquemas*), es algo que se utiliza tradicionalmente en los distintos cursos. Sin embargo, no se desarrolla todo el potencial de formación que tiene la herramienta, cuestión que quiere mejorarse en esta UD.

### Día 14 – 28/02/2020

#### 2. 1º ESO B – Matemáticas (9:15-10:15)

En esta sesión, comenzamos una nueva unidad, proporcionalidad y porcentajes. Nos hemos dedicado, de forma informal a buscar situaciones donde son necesarias estas cuestiones para la resolución de problemas en la vida real. Esta cuestión, ha servido a la profesora, según lo comentado posteriormente a la sesión a tener una idea de cuál es el nivel de conocimientos del grupo sobre estas cuestiones. No ha sido una prueba inicial como tal, pero sí que sirve para entender si existen ideas sobre el tema o si se conocen determinados conceptos. Me ha parecido una muy buena práctica, ya que conecta los conceptos matemáticos con la vida real, lo cual es probablemente uno de los aspectos que más dificulta el aprendizaje y la adquisición de competencias, al no saber vincularlos con la realidad y entenderlos como elementos abstractos y poco útiles.

Posteriormente, se ha realizado un *esquema* en la pizarra sobre los contenidos a desarrollar en la unidad en cuestión, y se ha explicado cómo va a ser el transcurso de la misma y qué contenidos son susceptibles de aparecer en la prueba escrita. El alumnado ha copiado en su cuaderno el *esquema*, cuestión que acostumbran a hacer en clase.

## ANEXO III: NIVELES Y HABILIDADES GEOMÉTRICAS

Tabla 6

*Relación entre habilidades geométricas propuestas por Hoffer y niveles de desarrollo propios del modelo de Van Hiele.*

		NIVEL				
		I	II	III	IV	V
		RECONOCIMIENTO	ANÁLISIS	DEDUCCIÓN INFORMAL	DEDUCCIÓN FORMAL	RIGOR
HABILIDAD	VISUAL	Reconocer diferentes figuras en un dibujo.  Reconocer información contenida en una figura.	Notar las propiedades de una figura.  Identificar una figura como parte de una mayor.	Reconocer interrelaciones entre diferentes tipos de figuras.  Reconocer las propiedades comunes de diferentes tipos de figuras.	Utilizar información de otra figura para deducir más información.	Reconocer supuestos injustificados hechos al usar figuras.  Concebir figuras relacionadas en varios sistemas deductivos.
	COMUNICACIÓN	Asociar el nombre correcto con una figura dada.  Interpretar frases que describen figuras.	Describir adecuadamente varias propiedades de una figura.	Definir palabras adecuada y concisamente.  Formular frases que muestren relaciones entre figuras.	Comprender las distinciones entre definiciones, postulados y teoremas.  Reconocer qué información da un problema y qué información hay que hallar.	Formular extensiones de resultados conocidos.  Describir varios sistemas deductivos.
	DIBUJO	Hacer dibujos de figuras, nombrando adecuadamente las partes.	Traducir información verbal dada en un dibujo.  Utilizar las propiedades dadas de una figura para dibujarla o construirla.	Dada cierta figura construir otras relacionadas con la primera.	Reconocer cómo y cuándo usar elementos auxiliares en una figura.  Deducir de información dada cómo dibujar una figura específica.	Comprender las limitaciones y capacidades de varios elementos de dibujo.  Representar gráficamente conceptos no estándar en varios sistemas deductivos.
	LÓGICA	Darse cuenta de que hay diferencias y similitudes entre figuras.  Comprender la conservación de las figuras en distintas posiciones.	Comprender que las figuras pueden clasificarse en diferentes tipos.  Notar que las propiedades sirven para distinguir las figuras.	Comprender las cualidades de una buena definición.  Usar las propiedades para determinar si una clase de figura está contenida en otra.	Utilizar las reglas de la lógica para Desarrollar demostraciones.  Poder deducir consecuencias de la información dada.	Comprender las capacidades y limitaciones de supuestos y postulados.  Saber cuándo un sistema de postulados es independiente, consistente y categórico.
	APLICADA	Identificar formas geométricas en objetos físicos.	Reconocer propiedades geométricas de objetos físicos.  Representar fenómenos en un modelo.	Comprender el concepto de un modelo matemático que representa relaciones entre objetos.	Poder deducir propiedades de objetos de información dada.  Poder resolver problemas relacionados con objetos.	Usar modelos matemáticos para representar sistemas abstractos.  Desarrollar modelos matemáticos para describir fenómenos físicos, sociales y naturales.

Fuente: Hoffer, 1990, citado en Galindo, 1996.

## ANEXO IV: VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LOS DISTINTOS TIPOS DE AGRUPACIONES

**Tabla 7**

*Agrupamientos homogéneos y heterogéneos. Ventajas e inconvenientes*

	Tipo de agrupamiento			
	Homogéneo		Heterogéneo	
	Ventajas	Inconvenientes	Ventajas	Inconvenientes
<b>Sobre la labor docente</b>	Facilitan la labor del profesorado, que no ha de adaptar los procesos de enseñanza-aprendizaje a los diferentes ritmos y capacidades	El docente, inconscientemente, tratará de forma desigual a los grupos con un bajo nivel porque se espera un menor rendimiento		El docente, debe alentar continuamente al grupo a no dejar a nadie atrás, y generar actividades que dependan del trabajo de todos
<b>Formación de los grupos</b>		Otras cuestiones como las condiciones socioeconómicas, la raza, la pertenencia a minorías, etc., pueden influir en el rendimiento	Los grupos heterogéneos, permiten una mayor flexibilidad de agrupamiento, lo cual influye en la atención a la diversidad	
<b>Actitud de los educandos</b>		Los grupos de bajo nivel se ven afectados en su autoestima, apareciendo la comparación con grupos de mejor funcionamiento	Puede influir positivamente el clima de trabajo del grupo-clase. Se puede estimular la creatividad y la investigación en el momento de resolver las actividades propuestas	Pueden aparecer situaciones en las que determinados componentes del grupo adopten actitudes pasivas, debido a la diferencia de nivel
<b>Interacción entre los educandos</b>	Se posibilita una mayor individualización de la enseñanza, independientemente del nivel académico al existir mayor igualdad entre los componentes del grupo	No existe la homogeneidad, se pueden tratar situaciones “más homogéneas” pero siempre aparecen diversos intereses, ritmos, estilos de aprendizaje, expectativas, motivaciones, etc.	Aquellos que saben más pueden ayudar a aquellos que saben menos, y a su vez, el hecho de tutorizar a los que saben menos, hace que los que enseñan aprendan más	Actitudes muy dominantes, también pueden ser un problema y afectar en la participación de los integrantes del grupo
<b>Rendimiento académico</b>	El grupo obtiene mayores rendimientos, ya que se el docente puede atenderlos desde la igualdad de nivel	Teóricamente, los grupos homogéneos tienden a rendir más, aunque es una creencia errónea, ya que examinando el global, el rendimiento del grupo sería inferior	Se desarrollan dinámicas de pensamiento más profundas, con mayor intercambio de información incrementando así la comprensión, el razonamiento y el aprendizaje significativo	Si aparece un componente del grupo con un desfase de nivel muy grande, puede suceder que el grupo tienda a no intentar incorporarlo al ritmo del grupo.

Fuente: Elaboración propia. Basado en Calatayud (2018), M. T. González (2002), Johnson *et al.* (1999) y Tinajas (2008).

Tabla 8

Ventajas e inconvenientes de los tipos de agrupamiento según su tamaño

	Tipo de agrupamiento			
	Grupo más numeroso (> 3 integrantes)		Grupo menos numeroso (< 3 integrantes)	
	Ventajas	Inconvenientes	Ventajas	Inconvenientes
Capacidades intelectuales	Mayor cantidad de <b>destrezas</b> y <b>capacidades</b> del conjunto del grupo			Menor <b>diversidad</b> de puntos de vista y menor cantidad de <b>recursos</b>
Participación		Más integrantes, puede acarrear dificultades y que algunos componentes no puedan <b>participar</b> lo suficiente	Los integrantes necesitan tener más oportunidades de <b>expresarse</b> que un grupo más grande	
Habilidades interpersonales		Al aumentar el tamaño del grupo, pueden aparecer cuestiones como la <b>inseguridad</b> o la poca participación debido a la pérdida de intimidad	Es más sencillo que se mantengan buenas <b>relaciones interpersonales</b> y que haya buen ambiente de trabajo	Si no existe un rol en los componentes que tenga habilidades de <b>gestión</b> y <b>organización</b> , pueden aparecer situaciones de inactividad
Coordinación		Pueden aparecer dificultades para el <b>consenso</b> y la <b>coordinación</b> dentro del grupo	El grupo necesitará de una menor <b>coordinación</b> para que el funcionamiento sea correcto en las actividades	
Interacción temporal	Si el tiempo es mayor, se puede producir una mayor <b>complejidad</b> en la actividad, con un resultado más interesante	Si el tiempo es reducido, un grupo grande imposibilita la correcta <b>participación</b> de todos los integrantes	Los grupos pequeños o las parejas aseguran en un corto espacio de tiempo una correcta <b>cooperación</b>	
Desempeño individual		En los grupos más grandes, puede pasar desapercibida la no <b>participación</b> de alguno de los integrantes	El desempeño y la responsabilidad en los grupos pequeños aumenta debido a la necesidad de interactuar de forma más constante	
Detección problemas		La <b>gestión de los problemas</b> y su detección por parte del docente es más compleja	<b>Detectar problemas</b> y solucionarlos, es más sencillo en grupos pequeños	

Fuente: Elaboración propia. Basado en Johnson *et al.* (1999)

## ANEXO V: NIVEL COMPETENCIAL DEL ALUMNADO

Para poder establecer el perfil competencial del alumnado, se establece la siguiente tabla, que recoge la puntuación obtenida en las rúbricas destinadas a cada tarea. Esta tabla, a modo de resumen, permite establecer una calificación que nos permite hacer un análisis superficial de su nivel competencial. Para poder entender el nivel competencial en detalle de la Competencia Matemática y Competencias básicas en Ciencia y Tecnología, se podría llevar a cabo un análisis más pormenorizado de la consecución de las competencias propuestas por Niss. Para ello, sería suficiente con acudir a las rúbricas para revisar el nivel de cada una de las Competencias de Niss.

**Tabla 9**

*Nivel competencial del alumnado al final de la UD*

Nivel competencial														
Actividad/Competencia clave	CL		CMCT		CD		AA		CSC		SIEE		CEC	
Desempeño individual y grupal		8		8	-	-		8		4		4	-	-
Portfolio digital		4		20		4		4	-	-		4		4
Tarea final: “Renueva tu patio”		4		24		4	-	-		4		4	-	-
Puntuación		16		52		8		12		8		12		4

Fuente: Elaboración propia.

## ANEXO VI: OBJETIVOS, COMPETENCIAS CLAVE, COMPETENCIAS DE NISS Y CONTENIDO EN CADA ELEMENTOS DE LA UD

**Tabla 10**

*Objetivos de etapa a lo largo de la Educación Secundaria Obligatoria, recogidos en el Real Decreto 1105/2014 del 26 de diciembre*

Objetivos de etapa
a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.
b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.
c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.
d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos
e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.
f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.
g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

- |    |  |
|----|--|
| h) | Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.   |
| i) | Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.  |
| j) | Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.  |
| k) | Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora. |
| l) | Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.   |

Fuente: Elaboración propia. Basado en RD 1105/2014



**Tabla 11***Objetivos propios de la materia de matemáticas. Orden del 14 de julio de 2016*

Objetivos de la materia de matemáticas
1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.
2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.
3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor; utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.
4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.
5. Identificar las formas y relaciones espaciales que encontramos en nuestro entorno; analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan, al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.
6. Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.), tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar información de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
7. Actuar ante los problemas que surgen en la vida cotidiana de acuerdo con métodos científicos y propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.
10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
11. Valorar las matemáticas como parte integrante de la cultura andaluza, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual. Aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, la salud, el consumo, el reconocimiento de la contribución de ambos sexos al desarrollo de nuestra sociedad y al conocimiento matemático acumulado por la humanidad, la aportación al crecimiento económico desde principios y modelos de desarrollo sostenible y utilidad social o convivencia pacífica.

Fuente: Elaboración propia. Basado en Orden del 14 de julio de 2016

Tabla 12

*Descripción de las Competencias de Niss*

Competencia	Descripción
<b>Pensar matemáticamente (PM)</b>	Supone dominar los distintos modos de pensamiento matemático como pueden ser: proponer cuestiones características de las matemáticas y conocer los tipos de respuestas (no necesariamente las respuestas en sí mismas) que las matemáticas pueden a ofrecer a dichas cuestiones; Entender la extensión de un concepto abstrayendo sus propiedades y generalizando resultados a un conjunto más amplio de objetos; distinguir entre distintos tipos de enunciados matemáticos (condicionales, definiciones, teoremas, conjeturas, etc.); y entender y manejar la extensión y las limitaciones de los conceptos matemáticos.
<b>Plantear y resolver problemas matemáticos PyRPM</b>	Identificar, definir y plantear diferentes tipos de problemas matemáticos (teóricos, aplicados, con finales abiertos o cerrados); y resolver distintos tipos de problemas matemáticos (teóricos, aplicados, con finales abiertos o cerrados), planteados por otros o por uno mismo, y si es posible, de diferentes formas o aplicando distintos procedimientos.
<b>Modelar matemáticamente MM</b>	Analizar los fundamentos y propiedades de modelos existentes; traducir e interpretar los elementos del modelo en términos del mundo real; y diseñar modelos matemáticos en contextos concretos estructurando la realidad, matematizando, validando el modelo, comunicando acerca del modelo y de sus resultados (incluyendo sus limitaciones, controlar el proceso de modelización).
<b>Argumentar matemáticamente</b>	Seguir y evaluar cadenas de argumentos propuestas por otros; conocer lo que es (y lo que no es) una demostración matemática y sus diferencias con otros tipos de razonamientos matemáticos; descubrir las ideas básicas de una demostración; y diseñar argumentos matemáticos formales e informales y transformar los argumentos heurísticos en demostraciones válidas.

<p><b>Representar entidades matemáticas (objetos y situaciones)</b></p> <p><b>REM</b></p>	<p>Entender y utilizar (modelizando, interpretando y diferenciando entre ellas) diferentes clases de representaciones de objetos matemáticos, fenómenos y situaciones; Entender y utilizar la relación entre diferentes representaciones de una misma entidad, conociendo sus puntos fuertes y debilidades; y escoger entre varias representaciones de acuerdo con la situación y el propósito.</p>
<p><b>Utilizar símbolos matemáticos</b></p> <p><b>USM</b></p>	<p>Interpretar el lenguaje simbólico y formal de las matemáticas y entender su relación con el lenguaje natural; entender la naturaleza y las reglas de los sistemas matemáticos formales (sintaxis y semántica); traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico y formal; y utilizar y manipular las distintas expresiones simbólicas y fórmulas</p>
<p><b>Comunicarse con las matemáticas y comunicar sobre las matemáticas</b></p> <p><b>CMCM</b></p>	<p>Entender textos escritos, visuales u orales sobre temas de contenido matemático; y expresarse en forma oral, visual o escrita sobre temas matemáticos, con diferentes niveles de precisión teórica y técnica.</p>
<p><b>Utilizar ayudas y herramientas (incluyendo las nuevas tecnologías)</b></p> <p><b>UAYH</b></p>	<p>Conocer la existencia y las propiedades de diversas herramientas y ayudas para la actividad matemática, su alcance y sus limitaciones; y ser capaz de usar de modo reflexivo tales ayudas y herramientas.</p>

Fuente: basado en Niss (2003)

## ANEXO VII: RELACIÓN COMPETENCIAS CLAVE Y SUBCOMPETENCIAS DE NISS EN LAS ACTIVIDADES.

**Tabla 13**

*Tabla resumen de Competencias clave y Subcompetencias de Niss en cada una de las actividades propuestas*

<b>Actividad 0 – Prueba inicial + introducción a la UD. “Así no hay forma”</b>														
Competencias Clave							Subcompetencias de Niss							
CL	CMCT	CD	AA	CSC	SIEE	CEC	PM	PyRPM	MM	AM	REM	USM	CMCM	UayH
X	X	X	X				X	X		X		X	X	X
<b>Actividad 1 – “Caja de sorpresas digital”</b>														
Competencias Clave							Subcompetencias de Niss							
CL	CMCT	CD	AA	CSC	SIEE	CEC	PM	PyRPM	MM	AM	REM	USM	CMCM	UayH
X	X	X	X	X	X		X	X			X	X	X	X
<b>Actividad 2 – “Tangram digital”</b>														
Competencias Clave							Subcompetencias de Niss							
CL	CMCT	CD	AA	CSC	SIEE	CEC	PM	PyRPM	MM	AM	REM	USM	CMCM	UayH
X	X	X	X	X	X		X	X	X	X			X	X
<b>Actividad 3 – “Mandala”</b>														
Competencias Clave							Subcompetencias de Niss							
CL	CMCT	CD	AA	CSC	SIEE	CEC	PM	PyRPM	MM	AM	REM	USM	CMCM	UayH
X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X
<b>Actividad 4 – “Concurso de Fotografía”</b>														
Competencias Clave							Subcompetencias de Niss							
CL	CMCT	CD	AA	CSC	SIEE	CEC	PM	PyRPM	MM	AM	REM	USM	CMCM	UayH
X	X	X	X	X	X	X	X		X	X			X	X

<b>Actividad 5 – “Renueva tu patio”</b>															
Competencias Clave							Subcompetencias de Niss								
CL	CMCT	CD	AA	CSC	SIEE	CEC	PM	PyRPM	MM	AM	REM	USM	CMCM	UAYH	
X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	X	X	X	X	
<b>Sesión 13 - “Mapa conceptual”</b>															
Competencias Clave							Subcompetencias de Niss								
CL	CMCT	CD	AA	CSC	SIEE	CEC	PM	PyRPM	MM	AM	REM	USM	CMCM	UAYH	
X	X		X		X		X		X	X		X	X		
<b>Sesión 15 - “Debate y evaluación”</b>															
Competencias Clave							Subcompetencias de Niss								
CL	CMCT	CD	AA	CSC	SIEE	CEC	PM	PyRPM	MM	AM	REM	USM	CMCM	UAYH	
X	X		X	X	X		X	X	X	X	X	X	X		
<b>Sesión 14 y 16 - “Test + Re-test”</b>															
Competencias Clave							Subcompetencias de Niss								
CL	CMCT	CD	AA	CSC	SIEE	CEC	PM	PyRPM	MM	AM	REM	USM	CMCM	UAYH	
X	X	X			X		X	X	X	X	X	X	X		

Fuente: Elaboración propia.

## ANEXO VIII: DESCRIPCIÓN Y CLASIFICACIÓN DE LAS HERRAMIENTAS DE EVALUACIÓN

La evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje, se puede llevar a cabo de muy diversas formas. A continuación, se lleva a cabo una clasificación de las herramientas para la evaluación de acuerdo con Cardeñoso (2006):

**Tabla 14**

*Tipos de herramientas de evaluación*

Criterios	Tipos de evaluación
<b>Momento de realización</b>	<p><u>Inicial</u>, es la evaluación que se realiza con la finalidad de obtener información para orientar este proceso.</p> <p><u>Procesual</u>, que supone la continua valoración de los resultados de aprendizaje.</p> <p><u>Final</u>, se sitúa al final para valorar los resultados obtenidos, pero puede tener un sentido tanto formativo como sumativo.</p>
<b>Función</b>	<p><u>Diagnóstica</u>, evaluación que proporciona información para la toma de decisiones en diversos ámbitos y momentos.</p> <p><u>Formativa</u>, es la que aporta datos para la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje, es la función más útil de la evaluación tanto para profesorado como para alumnado.</p> <p><u>Sumativa</u>, ligada a la función de certificación, es una evaluación que sólo controla la calidad del producto final.</p>
<b>Según intervinientes</b>	<p><u>Heteroevaluación</u>, evaluación realizada por personas distintas al propio alumnado.</p> <p><u>Autoevaluación</u>, es el propio alumno el que valora sus logros, supone convertir en protagonistas al propio alumnado.</p> <p><u>Coevaluación</u>, cuando intervienen en el proceso los propios alumnos valorando sus actuaciones entre sí.</p>
<b>Según términos de comparación</b>	<p><u>Normativa</u>, comprobación de las realizaciones del alumnado con las del grupo de referencia o población a la que pertenece. Se sitúa al alumno en relación con la norma establecida.</p> <p><u>Criterial</u>, valoración basada en la comparación entre la realización del alumnado y un conjunto de criterios establecidos a partir del currículum, igual para todo el alumnado. Estos criterios pueden ser de naturaleza cuantitativa o cualitativa.</p> <p><u>Personalizada</u>, toma como referencia al propio sujeto que se evalúa, comparando el progreso en un momento dado con su ritmo de progreso en momentos anteriores a esa evaluación.</p>

Fuente: Cardeñoso (2006)

**Tabla 15***Herramientas de evaluación del alumnado. Clasificación*

Herramienta	Cuestionario Quizizz		
<b>Descripción</b>	Cuestionario para iniciar la UD. Servirá para evaluar el conocimiento previo del alumnado con respecto al contenido, y para establecer un punto de partida o posibles adaptaciones de las actividades propuestas.		
<b>Momento de realización</b>	Inicial	Procesual	Final
	x		
<b>Función</b>	Diagnóstica	Formativa	Sumativa
	x		
<b>Según quiénes intervienen</b>	Heteroevaluación	Autoevaluación	Coevaluación
	x	x	
<b>Según los términos de comparación</b>	Normativa	Criterial	Personalizada
	x		
Herramienta	Lista de control		
<b>Descripción</b>	Esta herramienta, óptima para la evaluación continua, acompaña al profesorado durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta herramienta facilita poder observar y analizar determinadas cuestiones, con el fin de poder retroalimentar a la parte analizada. La herramienta servirá para la evaluación del Portfolio digital y del mapa conceptual.		
<b>Momento de realización</b>	Inicial	Procesual	Final
		x	
<b>Función</b>	Diagnóstica	Formativa	Sumativa
		x	
<b>Según quiénes intervienen</b>	Heteroevaluación	Autoevaluación	Coevaluación
	x		
<b>Según los términos de comparación</b>	Normativa	Criterial	Personalizada
		x	



Herramienta	Rúbrica		
<b>Descripción</b>	Las tres rúbricas que se diseñan para la evaluación del desempeño individual y grupal, del Portfolio digital, del mapa conceptual y de la tarea “Renueva tu patio”, pretenden establecer una evaluación objetiva de estas tres cuestiones. Se establece para evaluar contenidos tanto conceptuales, como actitudinales y procedimentales.		
<b>Momento de realización</b>	Inicial	Procesual	Final
			x
<b>Función</b>	Diagnóstica	Formativa	Sumativa
	x		x
<b>Según quiénes intervienen</b>	Heteroevaluación	Autoevaluación	Coevaluación
	x		
<b>Según los términos de comparación</b>	Normativa	Criterial	Personalizada
		x	
Herramienta	Diana de autoevaluación		
<b>Descripción</b>	Esta herramienta, propuesta para la sesión 13 junto con el mapa conceptual, pretende ayudar al alumnado a hacer autocrítica de su desempeño a lo largo de la UD. Además, pretende ayudar al alumnado a enfocar sus esfuerzos, tanto para la prueba escrita como para las siguientes UD, en aquellos aspectos que más atención pueden necesitar.		
<b>Momento de realización</b>	Inicial	Procesual	Final
		x	
<b>Función</b>	Diagnóstica	Formativa	Sumativa
		x	
<b>Según quiénes intervienen</b>	Heteroevaluación	Autoevaluación	Coevaluación
		x	
<b>Según los términos de comparación</b>	Normativa	Criterial	Personalizada
			x

Herramienta	Test		
<b>Descripción</b>	Se entiende esta primera prueba, como una herramienta para el estudio de la adquisición de conocimientos y habilidades por parte del alumnado. Además, servirá para detectar errores que se hayan producido y poder así retroalimentar al grupo en la sesión 15.		
<b>Momento de realización</b>	Inicial	Procesual	Final
		x	
<b>Función</b>	Diagnóstica	Formativa	Sumativa
		x	
<b>Según quiénes intervienen</b>	Heteroevaluación	Autoevaluación	Coevaluación
	x		
<b>Según los términos de comparación</b>	Normativa	Criterial	Personalizada
		x	
Herramienta	Re-test		
<b>Descripción</b>	Esta última prueba, supone un punto y final para la UD. Supone una prueba para comprobar tanto la adquisición de conocimientos como para evaluar la evolución del desempeño individual con respecto a la prueba anterior, una vez analizados los errores el docente haya observado durante el desarrollo de la prueba, y de forma más global, durante la UD.		
<b>Momento de realización</b>	Inicial	Procesual	Final
			x
<b>Función</b>	Diagnóstica	Formativa	Sumativa
			x
<b>Según quiénes intervienen</b>	Heteroevaluación	Autoevaluación	Coevaluación
	x		
<b>Según los términos de comparación</b>	Normativa	Criterial	Personalizada
		x	

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 16***Herramientas de evaluación del profesorado. Clasificación*

Herramienta	Lista de control		
<b>Descripción</b>	Esta herramienta, supone una forma de autoevaluación continua por parte del docente, que servirá para analizar su desempeño durante el transcurso de la UD.		
<b>Momento de realización</b>	Inicial	Procesual	Final
		x	
<b>Función</b>	Diagnóstica	Formativa	Sumativa
		x	
<b>Según quiénes intervienen</b>	Heteroevaluación	Autoevaluación	Coevaluación
		x	
<b>Según los términos de comparación</b>	Normativa	Criterial	Personalizada
			x
Herramienta	Cuestionario		
<b>Descripción</b>	Este cuestionario, rellenado de forma anónima por parte del alumnado al final de la UD, pretende retroalimentar el desempeño docente, de forma que se pueda optimizar tanto la UD para el futuro, como los propios procesos de enseñanza-aprendizaje a corto plazo.		
<b>Momento de realización</b>	Inicial	Procesual	Final
		x	
<b>Función</b>	Diagnóstica	Formativa	Sumativa
		x	
<b>Según quiénes intervienen</b>	Heteroevaluación	Autoevaluación	Coevaluación
	x		
<b>Según los términos de comparación</b>	Normativa	Criterial	Personalizada
			x

Fuente: Elaboración propia.

## ANEXO IX: RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO INDIVIDUAL Y GRUPAL EN EL DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

En esta rúbrica, se pretende evaluar el desempeño individual y grupal a lo largo de las distintas actividades y así entender la consecución de las distintas competencias. Se analizarán tanto las competencias propias de la legislación (CL, CMCT, CD, AAP, CSC, SIEE, CEC), como las subcompetencias matemáticas de Niss, que se englobarán a su vez dentro de la *Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)* propia de la legislación vigente. Las subcompetencias de Niss nos sirven para ahondar la evaluación en esta última competencia clave.

**Tabla 17**

*Rúbrica para la evaluación del desempeño individual y grupal durante las actividades*

		Avanzado (4)	Medio (3)	Inicial (2)	Insuficiente (1)
CL	Uso del lenguaje	Se observa un muy correcto uso del lenguaje durante las distintas sesiones, comunicando correctamente y transmitiendo las ideas con claridad y precisión	El uso del lenguaje es bastante adecuado durante el transcurso de la UD. Se observa una comunicación aceptable y se transmiten las ideas adecuadamente	El lenguaje utilizado por el educando a veces no es el más adecuado. Se sabe comunicar o transmitir las ideas, pero con dificultad	El lenguaje que utiliza el educando es muy poco correcto, la comunicación es escasa y no se saben transmitir las ideas
	Comunicación con el grupo	La comunicación con el resto de componentes del grupo es muy fluida, lo cual facilita la transmisión de ideas y un correcto funcionamiento del grupo	La comunicación con el resto de componentes del grupo es fluida, la transmisión de ideas con el resto de compañeros es adecuada, aunque con margen de mejora	La comunicación con el resto de componentes del grupo no es muy fluida, lo cual genera dificultades en la realización de las actividades	La comunicación con el resto de compañeros es prácticamente inexistente, esta situación dificulta mucho el trabajo en grupo
AAP	Valor sobre el conocimiento	El educando es capaz de entender y valorar aquellos sobre lo que está aprendiendo, además de ser capaz de implicarse de forma muy entregada en el desarrollo de conocimiento	El educando entiende generalmente la utilidad del aprendizaje y valora aquello sobre lo que está aprendiendo, aunque a veces no se implica de forma entregada en el desarrollo del conocimiento	El educando a veces no valora o no entiende aquellos que se está aprendiendo, y bastantes veces no se implica en el desarrollo del conocimiento	El educando no valora ni entiende aquello sobre lo que se está aprendiendo, y no se suele implicar en el desarrollo del conocimiento
	Colaboración grupal para el aprendizaje	La colaboración y la entrega con el resto de componentes del grupo es total. Es muy generoso con los compañeros lo cual pone en valor la colaboración como potenciador del aprendizaje	La colaboración y entrega con el resto de componentes del grupo es adecuada, aunque hay margen de mejora. Suele ser generoso con los compañeros, aunque se podría mejorar la colaboración con los compañeros	La colaboración y la entrega con el resto de componentes del grupo no es suficiente. A veces no hay colaboración con el resto de compañeros lo cual repercute en el trabajo de todos	La colaboración y la entrega con el resto de componentes del grupo es prácticamente inexistente. La colaboración con el resto de compañeros es inexistente.

CSC	Interacción con el resto del grupo	La actitud del educando supone una influencia directa en el ambiente del grupo, lo cual contribuye a una óptima atmósfera para el trabajo en grupo y una relación con el resto de componentes del grupo muy adecuada.	La actitud del educando supone una influencia directa en el ambiente del grupo, aunque existe margen de mejora. Su comportamiento contribuye a una adecuada atmósfera para el trabajo en grupo y una relación con el resto de componentes del grupo aceptable.	La actitud a veces negativa del educando supone una influencia directa en el ambiente del grupo. Su comportamiento contribuye que la atmósfera para el trabajo en grupo a veces no sea la más adecuada y la relación con el resto de componentes del grupo podría mejorar.	La actitud del educando es inaceptable, con una influencia directa en el mal ambiente del grupo. Su comportamiento contribuye que la atmósfera para el trabajo en grupo sea muy mala y la relación con el resto de componentes del grupo es muy negativa.
	Liderazgo y organización	El educando muestra dotes de liderazgo, organizando al resto de componentes del grupo o colaborando en la correcta organización del grupo, suponiendo esto un muy correcto funcionamiento del grupo en las distintas actividades	El educando muestra a veces dotes de liderazgo, contribuyendo a la organización del resto de componentes del grupo, aunque con margen de mejora. Su actitud influye en un adecuado funcionamiento del grupo	El educando tiene dificultades a la hora de tener iniciativa, lo cual contribuye negativamente en el desarrollo de las actividades y de su propio aprendizaje.	El educando es disruptivo y no muestra ninguna capacidad de liderazgo, influyendo negativamente en el desarrollo de las actividades y de su propio aprendizaje
CMCT - NISS	Argumentar matemáticamente (AM)	La argumentación matemática utilizada por el educando es muy adecuada, transmitiendo las ideas de forma muy clara y con total precisión.	La argumentación matemática utilizada por el educando es bastante adecuada, transmitiendo las ideas de forma clara, aunque con margen de mejora.	La argumentación matemática utilizada por el educando no es del todo adecuada, evidenciando problemas para la transmisión de ideas.	La argumentación matemática utilizada por el educando es completamente inadecuada, con una gran dificultad para la transmisión de ideas y con inexistencia de precisión matemática.
	Comunicarse con las matemáticas y comunicar sobre matemáticas (CMCM)	La comunicación y el vocabulario utilizado por el educando es muy correcto. Se muestra una capacidad para la transmisión de los conceptos matemáticos muy adecuado al nivel en el que se encuentra.	La comunicación y el vocabulario utilizado por el educando es bastante correcto, aunque con margen de mejora. Se muestra una capacidad para la transmisión de los conceptos matemáticos bastante adecuado al nivel en el que se encuentra.	La comunicación y el vocabulario utilizado por el educando está por debajo de lo esperado. Se muestra una capacidad para la transmisión de los conceptos matemáticos por debajo del nivel esperado.	La comunicación y el vocabulario utilizado por el educando está muy por debajo de lo esperado. Se muestra una capacidad para la transmisión de los conceptos matemáticos casi inexistente.

Fuente: Elaboración propia.

## ANEXO X: RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DEL PORTFOLIO DIGITAL

Esta rúbrica servirá para la evaluación del portfolio en su fase final, que habrá sido revisada de forma continua por parte del docente a través de la lista de control del Anexo XIII. Se entiende el portfolio como algo vivo hasta el último momento del desarrollo de la UD, y que servirá al alumnado como fuente de información durante toda esta etapa.

Tabla 18

## Rúbrica para la evaluación del Portfolio digital

		Avanzado (4)	Medio (3)	Inicial (2)	Insuficiente (1)
CL	Uso del lenguaje	Se observa un muy correcto uso del lenguaje en el desarrollo del portfolio, comunicando correctamente y transmitiendo las ideas con claridad y precisión	El uso del lenguaje es bastante adecuado a lo largo del portfolio. Se observa una comunicación aceptable y se transmiten las ideas adecuadamente	El lenguaje utilizado por el educando a veces no es el más adecuado. Se sabe comunicar o transmitir las ideas, pero con dificultad	El lenguaje que utiliza el educando es muy poco correcto, la comunicación es escasa y no se saben transmitir las ideas
AAP	Valor sobre el conocimiento	El educando se muestra muy interesado por la materia y es capaz de entender el sentido de lo que se está aprendiendo. Es capaz de establecer diversas estrategias que mejoran el proceso de aprendizaje	El educando se muestra bastante interesado por la materia y es capaz de entender el sentido de lo que se está aprendiendo, aunque con margen de mejora. Es capaz de establecer algunas estrategias que mejoran el proceso de aprendizaje	El educando a veces no se muestra interesado por la materia y tampoco es capaz de entender el sentido de lo que se está aprendiendo. Establece estrategias que mejoran el proceso de aprendizaje con dificultad e imprecisión	El educando no está interesado en la materia y no es capaz de entender la importancia del aprendizaje. Además, no establece estrategias para un buen aprendizaje
SIEE	Iniciativa y autonomía en la construcción del Portfolio	El educando es muy capaz de llevar a cabo las actividades y plasmarlas en el portfolio de forma totalmente autónoma, mostrando una clara iniciativa en el desarrollo de las actividades	El educando es bastante capaz de llevar a cabo las actividades y plasmarlas en el portfolio de forma autónoma, aunque con margen de mejora, mostrando algo de iniciativa	El educando tiene dificultades en llevar a cabo las actividades y plasmarlas en el portfolio de forma autónoma, necesitando mucho apoyo del docente, y mostrando poca iniciativa	El educando no es capaz de llevar a cabo las actividades y plasmarlas en el portfolio de forma autónoma, necesitando un apoyo continuo del docente, y sin mostrar iniciativa
CD	Uso de tecnologías y herramientas	La utilización de los medios tecnológicos y de las tecnologías de la información y la comunicación son muy correctas en el desarrollo del Portfolio. Su uso, además, contribuye de forma muy importante en una presentación muy correcta	La utilización de los medios tecnológicos y de las tecnologías de la información y la comunicación son adecuadas durante el desarrollo del Portfolio. Su uso, además, contribuye de forma notable en una presentación muy correcta, aunque con margen de mejora	La utilización de los medios tecnológicos y de las tecnologías de la información y la comunicación son poco correctas durante el desarrollo del Portfolio. Su uso no contribuye de forma positiva en la presentación de la tarea	La utilización de los medios tecnológicos y de las tecnologías de la información y la comunicación son totalmente incorrectas durante el desarrollo del Portfolio. Su uso no contribuye en absoluto en la presentación de la tarea



CEC	Puesta en valor de aspectos culturales	El educando muestra un claro interés en los elementos culturales e históricos que se proponen en las distintas actividades, entendiendo y valorando a la perfección su origen y respetando la diversidad cultural y sus aportaciones a la sociedad	El educando muestra bastante interés en los elementos culturales e históricos que se proponen en las distintas actividades, aunque con margen de mejora. Entiende la mayoría de las veces la importancia de la diversidad cultural y sus aportaciones a la sociedad	El educando muestra poco interés en los elementos culturales e históricos que se proponen en las distintas actividades, Entiende con mucha dificultad la importancia de la diversidad cultural y sus aportaciones a la sociedad	El educando no muestra interés en los elementos culturales e históricos que se proponen en las distintas actividades, No entiende la importancia de la diversidad cultural y sus aportaciones a la sociedad
	Pensar matemáticamente (PM)	El portfolio refleja un importante pensamiento matemático, reflejado en las actividades y en las actividades recogidas en el mismo.	El portfolio refleja adecuado pensamiento matemático, aunque con margen de mejora, reflejado en las actividades y en las actividades recogidas en el mismo.	El portfolio refleja un incorrecto pensamiento matemático, con mucho margen de mejora, reflejado en las actividades y en las actividades recogidas en el mismo.	El portfolio refleja un nulo pensamiento matemático, reflejado en las actividades y en las actividades recogidas en el mismo.
	Plantear y resolver problemas matemáticos (PyRPM)	El educando entiende los problemas, lleva a cabo un muy correcto planteamiento de los mismos y los resuelve muy satisfactoriamente	El educando entiende los problemas, lleva a cabo un correcto planteamiento de los mismos y los resuelve satisfactoriamente, aunque cometiendo algunos errores	El educando tiene dificultades para entender los problemas, lleva a cabo un planteamiento de los mismos con bastantes errores lo cual se evidencia en una incorrecta resolución de los problemas	El educando no es capaz de entender los problemas, lleva a cabo un planteamiento erróneo de los mismos lo cual se evidencia en una incorrecta resolución de los problemas
	Representar entidades matemáticas (REM)	El portfolio recoge una muy correcta representación de las diversas entidades matemáticas, demostrando un dominio completo de los distintos conceptos	El portfolio recoge una correcta representación de las diversas entidades matemáticas, aunque con margen de mejora, demostrando un dominio parcial de los distintos conceptos	El portfolio recoge una representación de las diversas entidades matemáticas bastante errónea, demostrando un dominio escaso de los distintos conceptos matemáticos	El portfolio recoge una representación de las diversas entidades matemáticas muy por debajo de lo esperado demostrando un dominio nulo de los distintos conceptos matemáticos
	Utilizar símbolos matemáticos (USM)	La utilización de los distintos símbolos matemáticos refleja un evidente dominio de los mismos, no cometiendo errores y manipulando las expresiones de forma muy correcta	La utilización de los distintos símbolos matemáticos refleja un dominio de los mismos, aunque con margen de mejora, cometiendo algunos errores y manipulando las expresiones de forma bastante correcta	La utilización de los distintos símbolos matemáticos refleja una escasez de dominio de los mismos, cometiendo bastantes errores y manipulando las expresiones con dificultad	La utilización de los distintos símbolos matemáticos refleja un nulo dominio de los mismos, cometiendo errores muy graves y sin capacidad de manipulación de las expresiones
	CMCT - NISS				

CMCT - NISS	Comunicar con las matemáticas y comunicar sobre las matemáticas (CMCM)	El educando es capaz de comunicar muy claramente las ideas. Comprende correctamente las tareas que se han propuesto y su resolución lo refleja. Además, los resuelve de forma muy satisfactoria y con criterio	El educando es capaz de comunicar claramente las ideas, aunque con margen de mejora. Comprende correctamente las tareas que se han propuesto y su resolución lo refleja, aunque a veces comete errores. Además, los resuelve de forma bastante satisfactoria y con bastante criterio	El educando es capaz de comunicar las ideas, aunque con dificultad. Comprende las tareas que se han propuesto de forma parcial y su resolución lo refleja cometiendo errores por falta de comprensión. El criterio a la hora de la resolución de problemas está por debajo de lo esperado	El educando no es capaz de comunicar las ideas, No es capaz de resolver las tareas que se han propuesto El criterio a la hora de la resolución de problemas está muy por debajo de lo esperado
	Utilizar ayudas y herramientas (UAYH)	Se utilizan las herramientas tecnológicas propuestas en las distintas actividades de forma muy satisfactoria, haciendo un uso correcto de ellas y ayudándose de las mismas para influir positivamente en el proceso de aprendizaje	Se utilizan las herramientas tecnológicas propuestas en las distintas actividades de forma satisfactoria, aunque a veces se cometen errores en su uso, se ayuda de las mismas para influir positivamente en el proceso de aprendizaje	Se utilizan las herramientas tecnológicas propuestas en las distintas actividades de forma errática, cometiendo bastantes errores en su uso, no es muy capaz de ayudarse de las mismas para influir positivamente en el proceso de aprendizaje	No se utilizan las herramientas tecnológicas propuestas en las distintas actividades, por lo que no es capaz de influir positivamente en el proceso de aprendizaje por su uso.

Fuente: Elaboración propia.



## ANEXO XI: RÚBRICA PARA LA EVALUACIÓN DE LA TAREA “RENUEVA TU PATIO”

Para evaluar esta actividad, entendida como la más importante, y donde se debe reflejar si el proceso seguido durante el desarrollo de la UD es satisfactorio, se diseña esta rúbrica. En esta actividad, representa la fase de integración del modelo de Van Hiele, y donde realmente se demuestra si se ha adquirido el conocimiento y se sabe aplicar de forma correcta. Se prestará especial atención a la aplicación de los conceptos aprendidos durante el desarrollo de la UD, y se espera que el alumnado sea capaz de integrar lo aprendido, con un correcto proceso de descontextualización y recontextualización del contenido trabajado en sesiones anteriores.

**Tabla 19**

*Rúbrica para la evaluación de la tarea “Renueva tu patio”*

		Avanzado (4)	Medio (3)	Inicial (2)	Insuficiente (1)
CL	Presentación de la tarea	Se observa un muy correcto uso del lenguaje durante la presentación de la tarea, comunicando correctamente y transmitiendo las ideas con claridad y precisión	El uso del lenguaje es bastante adecuado en la presentación de la tarea. Se observa una comunicación aceptable y se transmiten las ideas adecuadamente, aunque con margen de mejora	El lenguaje utilizado por el educando a veces no es el más adecuado. Se sabe comunicar o transmitir las ideas sobre la actividad, pero con dificultad	El lenguaje que utiliza el educando es muy poco correcto, la comunicación es escasa y no se saben transmitir las ideas propias de la actividad realizada
CD	Uso de tecnologías y herramientas	La utilización de los medios tecnológicos y de las tecnologías de la información y la comunicación son muy correctas durante el transcurso de la tarea. Su uso, además, contribuye de forma muy importante en una presentación muy correcta	La utilización de los medios tecnológicos y de las tecnologías de la información y la comunicación son adecuadas durante el transcurso de la tarea. Su uso, además, contribuye de forma notable en una presentación muy correcta, aunque con margen de mejora	La utilización de los medios tecnológicos y de las tecnologías de la información y la comunicación son poco correctas durante el transcurso de la tarea. Su uso no contribuye de forma positiva en la presentación de la tarea	La utilización de los medios tecnológicos y de las tecnologías de la información y la comunicación son totalmente incorrectas durante el transcurso de la tarea. Su uso no contribuye en absoluto en la presentación de la tarea
CSC	Trabajo en grupo y relación con los compañeros	Durante la realización de la tarea, se han respetado los roles de cada componente del grupo, se ha trabajado de forma muy ordenada y con mucho respeto hacia los compañeros.	Durante la realización de la tarea, se han respetado los roles de cada componente del grupo en la mayoría de las ocasiones, se ha trabajado de forma más o menos ordenada y con respeto hacia los compañeros.	Durante la realización de la tarea, no se han respetado los roles de cada componente del grupo en la mayoría de las ocasiones, se ha trabajado de forma desordenada y con algunas faltas de respeto hacia los compañeros.	Durante la realización de la tarea, no se han respetado los roles de cada componente del grupo, se ha trabajado de forma muy desordenada y con faltas de respeto continuas hacia los compañeros.

CMCT - NISS	SIEE	Iniciativa y autonomía en la elaboración de la tarea			
	Plantear y resolver problemas matemáticos (PyRPM)				
	Modelar matemáticamente (MM)				
	Representar entidades matemáticas (REM)				
	Utilizar símbolos matemáticos (USM)				
		Los componentes del grupo han tomado iniciativa a la hora de la realización de cada una de sus funciones, colaborando con el correcto funcionamiento del grupo. Además, se ha trabajado de forma autónoma y sin la necesidad de la participación del docente	Los componentes del grupo han tomado iniciativa la mayoría de las veces a la hora de la realización de cada una de sus funciones, colaborando con el correcto funcionamiento del grupo. Además, se ha trabajado de forma autónoma, aunque a veces han necesitado de la ayuda del docente	Los componentes del grupo han tomado iniciativa muy pocas veces a la hora de la realización de cada una de sus funciones, influyendo negativamente en el funcionamiento del grupo. El docente ha tenido que intervenir bastantes veces para ayudar a un correcto desempeño de la actividad	Los componentes del grupo no han tomado la iniciativa a la hora de la realización de cada una de sus funciones, influyendo muy negativamente en el funcionamiento del grupo. El docente ha tenido que intervenir constantemente para ayudar a un correcto desempeño de la actividad
		El educando entiende perfectamente el problema planteado en esta tarea, lleva a cabo un muy correcto desarrollo del mismo, con criterio y justificación, y lo resuelve de forma muy satisfactoria	El educando entiende bastante bien el problema planteado en esta tarea, lleva a cabo un correcto desarrollo del mismo, aunque con unos pocos errores y con margen de mejora. Lo realiza con criterio y justificación, y lo resuelve de forma correcta	El educando tiene algunas dificultades para entender el problema planteado, lo cual le lleva a cometer errores en el desarrollo del mismo. Existe una escasez de criterio y no se justifican las acciones, por lo que se resuelve con bastantes errores	El educando tiene muchas dificultades para entender el problema planteado, lo cual le lleva a cometer muchos errores en el desarrollo del mismo. No existe criterio y no se justifican las acciones, por lo que se puede resolver el problema planteado
		El educando ha sido capaz de modelar los conocimientos obtenidos previamente para aplicarlos en esta propuesta de forma muy satisfactoria, reflejando un completo dominio de los conceptos trabajados anteriormente	El educando ha sido capaz de modelar los conocimientos obtenidos previamente para aplicarlos en esta propuesta de forma bastante adecuada, aunque con margen de mejora. Se refleja un dominio suficiente de los conceptos vistos anteriormente	El educando no ha sido capaz de modelar por completo los conocimientos obtenidos previamente, lo cual dificulta su aplicación en esta tarea. Se refleja un dominio insuficiente de los conceptos vistos anteriormente	El educando no ha sido capaz de modelar en absoluto los conocimientos trabajados previamente, lo cual imposibilita su aplicación en esta tarea. Se refleja un dominio inexistente de los conceptos vistos anteriormente
		La tarea recoge una muy correcta representación de las diversas entidades matemáticas necesarias para su resolución, demostrando un dominio completo de los distintos conceptos que se han de aplicar en la tarea	La tarea recoge una correcta, aunque todavía mejorable representación de las diversas entidades matemáticas necesarias para su resolución, demostrando un dominio adecuado de los distintos conceptos que se han de aplicar en la tarea	La tarea recoge en muchas ocasiones una representación errónea de las diversas entidades matemáticas necesarias para su resolución, demostrando un dominio inadecuado de los distintos conceptos que se han de aplicar en la tarea	La tarea recoge una representación totalmente errónea de las diversas entidades matemáticas necesarias para su resolución, demostrando un dominio inexistente de los distintos conceptos que se han de aplicar en la tarea
		La utilización de los distintos símbolos matemáticos refleja un evidente dominio de los mismos, no cometiendo errores y manipulando las expresiones de forma muy correcta	La utilización de los distintos símbolos matemáticos refleja un dominio de los mismos, aunque con margen de mejora, cometiendo algunos errores y manipulando las expresiones de forma bastante correcta	La utilización de los distintos símbolos matemáticos refleja una escasez de dominio de los mismos, cometiendo bastantes errores y manipulando las expresiones con dificultad	La utilización de los distintos símbolos matemáticos refleja un nulo dominio de los mismos, cometiendo errores muy graves y sin capacidad de manipulación de las expresiones

CMCT - NISS	Comunicar con las matemáticas y comunicar sobre las matemáticas (CMCM)	Tanto en lo reflejado en el Portfolio, como en la presentación de la actividad, se sabe comunicar las ideas y los conceptos matemáticos con total precisión y exactitud, facilitando la comprensión del trabajo	Tanto en lo reflejado en el portfolio, como en la presentación de la actividad, se comunican las ideas y los conceptos con bastante precisión y exactitud, aunque con margen de mejora, lo cual influye de forma positiva en la comprensión del trabajo	Tanto en lo reflejado en el portfolio, como en la presentación de la actividad, no se comunican las ideas y los conceptos con suficiente precisión y exactitud, lo cual influye de forma negativa en la comprensión del trabajo	Tanto en lo reflejado en el portfolio, como en la presentación de la actividad, la transmisión de ideas y conceptos es totalmente errónea, lo cual influye de forma negativa en la comprensión del trabajo
	Utilizar ayudas y herramientas (UAYH)	Para el desarrollo de la tarea y su presentación, se han utilizado ayudas y herramientas tecnológicas que influyen muy positivamente en el resultado final	Para el desarrollo de la tarea y su presentación, se han utilizado ayudas y herramientas tecnológicas que influyen positivamente en el resultado final, aunque existe margen de mejora	Para el desarrollo de la tarea y su presentación, se han utilizado ayudas y herramientas tecnológicas de forma insuficiente o incorrecta que influyen negativamente en el resultado final de la actividad	Para el desarrollo de la tarea y su presentación, no se han utilizado ayudas y ni herramientas tecnológicas, lo cual influye negativamente en el desarrollo de la misma

Fuente: Elaboración propia.

## ANEXO XII: LISTA DE CONTROL PARA LA EVALUACIÓN DEL MAPA CONCEPTUAL

Para la evaluación del mapa conceptual, establecemos, de acuerdo con Galván (2018), dos niveles de evaluación. Un primer nivel cuantitativo, y un segundo nivel cualitativo. El nivel cualitativo, nos permite llevar a cabo una evaluación continua del producto, mientras que el instrumento cualitativo, nos permite recoger una calificación para el mapa conceptual.

**Tabla 20**

*Lista de control para la evaluación del Mapa Conceptual*

Evaluación del Mapa conceptual			
Nivel cuantitativo			
Criterio	Por debajo de lo esperado	Mejorable	Por encima de lo esperado
Niveles de jerarquía	1-2	3-4	>4
Cantidad de conceptos	0-10	10-20	>20
Ramificaciones	0-15	15-30	>30
Impacto visual y orden	Poco estructurado	Algo estructurado	Bien estructurado
Nivel cualitativo			
Criterio	No	Sí	
Identifica los distintos triángulos y los clasifica según sus lados			
Identifica los distintos triángulos y los clasifica según sus ángulos			
Introduce las fórmulas del área y el perímetro de los triángulos			
Es capaz de diferenciar en la clasificación de los cuadriláteros, entre cóncavos y convexos			
Es capaz de diferenciar en la clasificación de los cuadriláteros, entre paralelogramos y no paralelogramos			
Introduce las fórmulas del área y el perímetro de los distintos cuadriláteros			
Incorpora las distintas partes de la circunferencia			
Incorpora las distintas partes del círculo			
Introduce las fórmulas del área y el perímetro de la circunferencia y el círculo			
Introduce en el mapa conceptual el resto de figuras geométricas			
Ha sido capaz de conectar o crear nexos de unión entre las distintas ramas arbóreas del Mapa conceptual encontrando puntos en común (relacionando ángulos,			
Las conexiones que realiza entre las distintas partes del mapa conceptual son adecuadas			
Se ha llevado a cabo una evolución en la realización del mapa conceptual mostrando una actitud reflexiva y crítica en la realización del mapa conceptual			

Fuente: Elaboración propia.

## ANEXO XIII: LISTA DE CONTROL PARA LA EVALUACIÓN CONTINUA DEL PORTFOLIO DIGITAL

Esta lista de control servirá al docente para revisar los diversos Portfolios digitales, y así asegurarse de que se está llevando a cabo el trabajo correctamente. A su vez, la lista de control servirá al docente para identificar aquellos aspectos susceptibles de ser modificados por parte del alumnado, y así retroalimentar durante el desarrollo de la UD su trabajo.

**Tabla 21**

*Lista de control para la evaluación continua del Portfolio digital*

Lista de control – Portfolio digital		
Sobre el contenido	Sí	No
Se incluye el contenido tratado en la sesión		
Todos los miembros del grupo han aportado a la actividad		
Se incorpora información más allá de lo trabajado en las actividades de clase		
Se está trabajando en el mapa conceptual con los conceptos adquiridos hasta ese momento		
Se utilizan imágenes o complementos más allá de lo trabajado en clase para una correcta comprensión de los conceptos		
Sobre el orden y la presentación	Sí	No
La presentación del portfolio es buena y ordenada		
La estructura del documento es adecuada para su adecuada comprensión		
Sobre las matemáticas	Sí	No
Se lleva a cabo una reflexión sobre el contenido trabajado		
El vocabulario matemático utilizado es correcto		
La información del Portfolio refleja la comprensión de los conceptos trabajados en cada actividad		
El razonamiento matemático es el adecuado		
Los conceptos se comprenden adecuadamente		

Fuente: Elaboración propia.

## ANEXO XIV: DIANA DE AUTOEVALUACIÓN

A continuación, se adjunta un ejemplo sobre la diana de autoevaluación, que el alumnado ha de llevar a cabo al concluir la UD, y que le servirá para llevar a cabo una autocrítica sobre lo aprendido, su actitud en clase y el trabajo realizado.

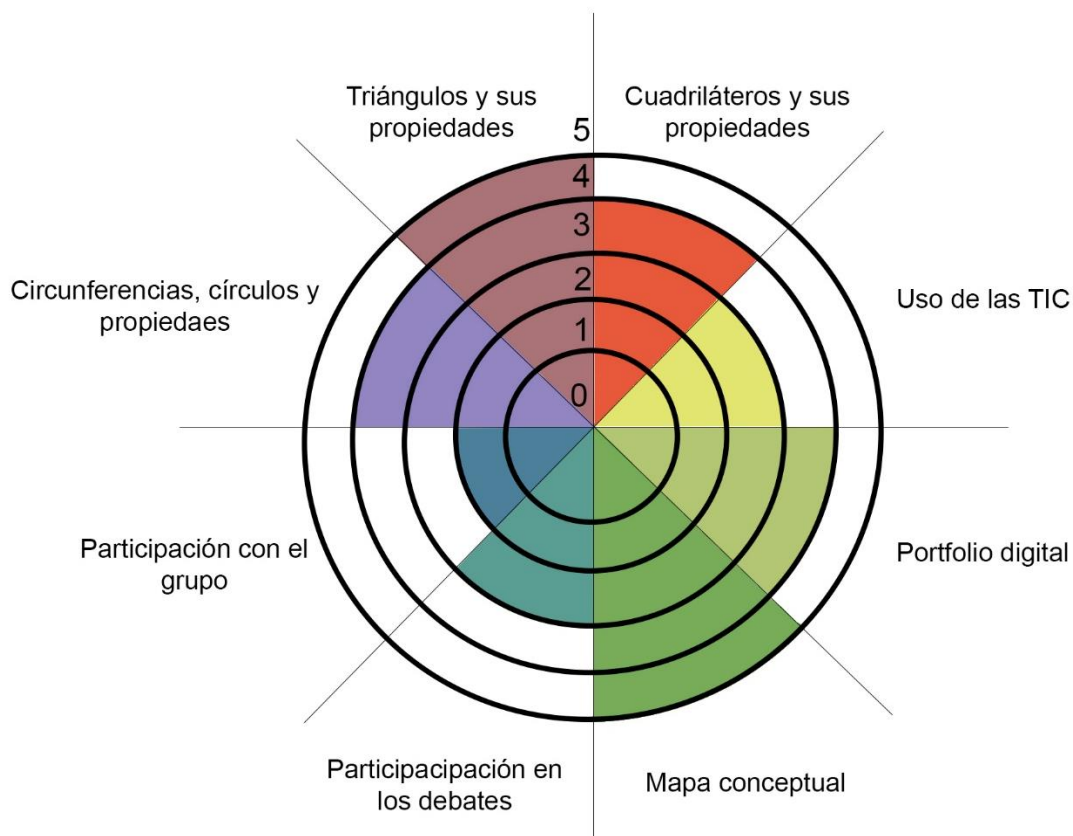


Figura 22. Diana de autoevaluación. (Elaboración propia)

## ANEXO XV: LISTA DE CONTROL PARA LA AUTOEVALUACIÓN DOCENTE

Una vez realizada cada una de las actividades de la UD, y llevadas las distintas fases propuestas, el docente se servirá de la siguiente lista de control para evaluar la idoneidad de la propuesta llevada a cabo.

**Tabla 22**

*Lista de control para la autoevaluación docente*

Lista de control sobre el desarrollo de las sesiones		
Sobre el desarrollo de las actividades	Sí	No
La actividad ha tratado los contenidos propios del currículo		
Se han tratado durante el desarrollo de las actividades cuestiones propias de la vida real		
El grado de dificultad de las actividades se ajusta al nivel del grupo		
El material elegido ha ayudado al correcto desarrollo de la actividad y a la adquisición de las competencias		
Ha sido fácil logísticamente llevar a cabo la actividad		
El tiempo establecido para el desarrollo de las actividades es ha sido el adecuado		
Las agrupaciones propuestas han ayudado al desarrollo correcto de la actividad		
Se han llevado a cabo acciones propias de la evaluación continua		
Sobre el alumnado	Sí	No
El alumnado se ha sentido motivado por las distintas actividades propuestas		
El alumnado ha participado activamente en el desarrollo de la actividad		
El alumnado ha comprendido el funcionamiento de la actividad y la ha llevado a cabo satisfactoriamente		
Sobre la docencia	Sí	No
La dinámica propuesta es adecuada para el mantenimiento de las medidas sanitarias		
El rol del docente ha ayudado a mantener una actitud activa al alumnado		
Me he sentido motivado por las actividades propuestas y la implicación del alumnado		
El docente ha resuelto las dudas que han surgido durante el transcurso de la UD		
Esta actividad necesita una revisión profunda para el futuro		

Fuente: Elaboración propia.



## ANEXO XVI: CUESTIONARIO PARA LA EVALUACIÓN DOCENTE

Este cuestionario, se realiza a través de la plataforma Quizizz, con el fin de digitalizar al máximo el proceso, con lo cual el alumnado podrá realizarlo a través de sus dispositivos móviles, tabletas u ordenadores. A continuación, se realiza una tabla con las preguntas que se van a realizar, y unas capturas de pantalla a modo de ejemplo del cuestionario.

**Tabla 23**

*Cuestionario para la evaluación docente*

	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
<b>Temática y contenido</b>				
La temática de las actividades me parece interesante	1	2	3	4
Los temas propuestos están relacionados con la vida real	1	2	3	4
Me he divertido durante el transcurso de la UD	1	2	3	4
<b>Metodología y organización</b>				
Esta metodología, me ayuda más a aprender que las utilizadas en otras ocasiones	1	2	3	4
Prefiero la forma tradicional de dar clase y aprender	1	2	3	4
Trabajar en grupo me ayuda a aprender	1	2	3	4
Mi grupo ha funcionado correctamente y todos han colaborado adecuadamente	1	2	3	4
El uso de GeoGebra me ha ayudado a aprender	1	2	3	4
El concurso de fotografía ha sido muy motivador, he descubierto matemáticas fuera del aula	1	2	3	4
La tarea “Renueva tu patio”, demuestra que las matemáticas sirven para la vida real	1	2	3	4
Mi motivación con esta forma de trabajar ha aumentado	1	2	3	4
Hemos tenido suficiente tiempo en clase para no tener que trabajar mucho en casa	1	2	3	4
El mapa conceptual me ha ayudado a organizar lo que hemos aprendido en clase	1	2	3	4
La utilización del ordenador, del móvil y de la tecnología es algo que me gustaría que sucediera más a menudo	1	2	3	4
<b>Desempeño del docente</b>				
El docente ha sido muy claro en las explicaciones	1	2	3	4
Se ha entendido lo que hay que hacer previamente a cada actividad	1	2	3	4
El docente ha resuelto las dudas que han surgido durante el transcurso de la UD	1	2	3	4
El docente ha ido retroalimentando el desarrollo del Portfolio y del mapa conceptual durante el transcurso de la UD	1	2	3	4
El docente nos ha ayudado a organizar los grupos y a su buen funcionamiento	1	2	3	4
El docente ha colaborado en que el ambiente de trabajo de clase fuese el más adecuado	1	2	3	4

Fuente: Elaboración propia.



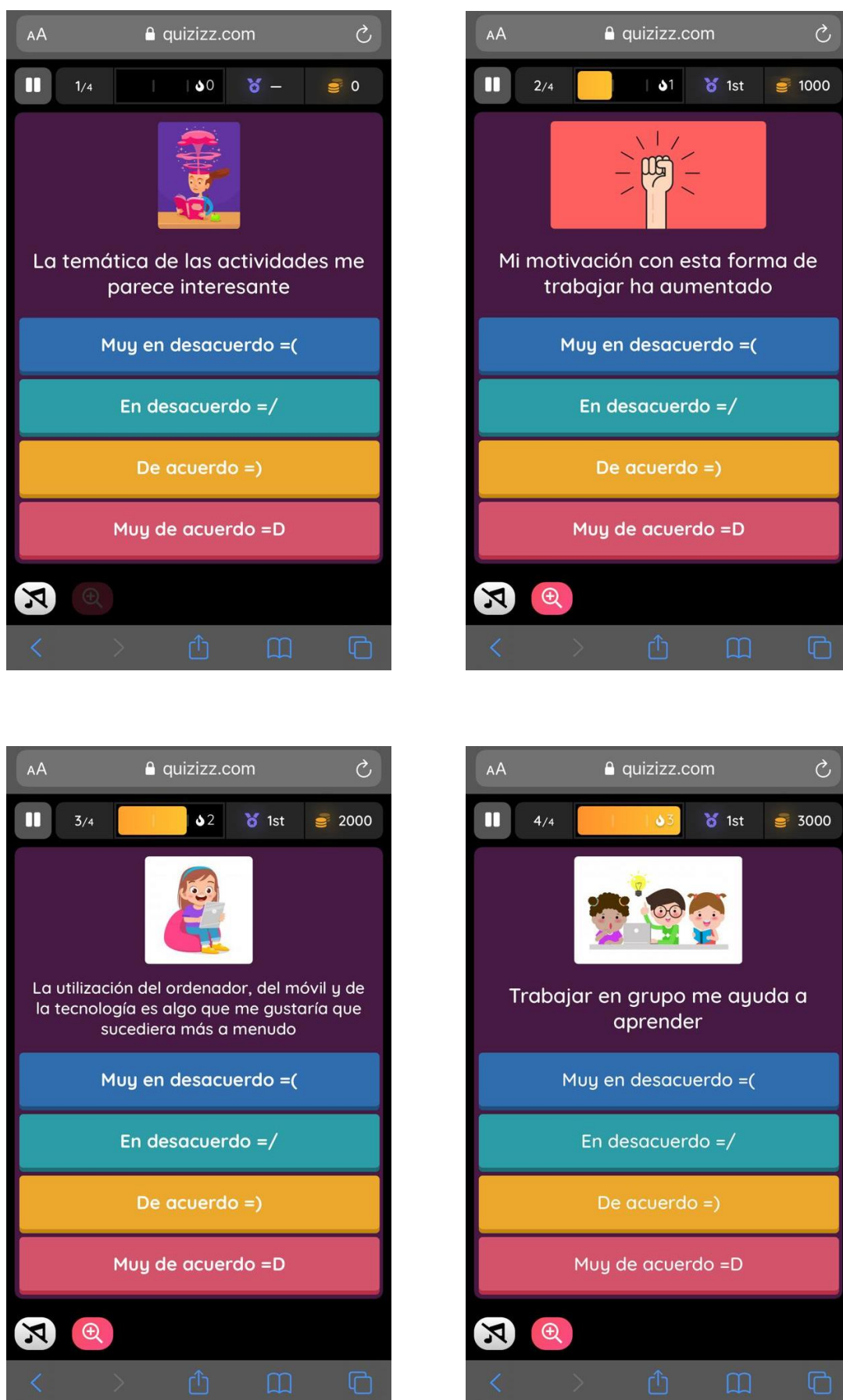


Figura 23. Capturas de pantalla a modo de ejemplo sobre el cuestionario para la evaluación docente a través de la plataforma Quizizz

## ANEXO XVII: CUESTIONARIO QUIZZZ

Con este cuestionario inicial a modo de concurso, que el alumnado realizará a través de cualquier dispositivo móvil, tablet u ordenador, se pretende llevar a cabo una evaluación inicial de forma alternativa a las tradicionales. Se trata de una experiencia más motivadora y que permite más posibilidades, ya que permite introducir pequeños imágenes, GIF o vídeos. La plataforma, a diferencia de otras también populares, recoge los datos individuales para poder ser luego examinados por el docente, y conocer el nivel de conocimiento de cada uno de los educandos.

Esta plataforma, permite exportar los resultados a otras aplicaciones para almacenarlos para su futura consulta, acumulando datos de velocidad de respuesta o de cantidades de todo el alumnado que ha participado en la prueba.

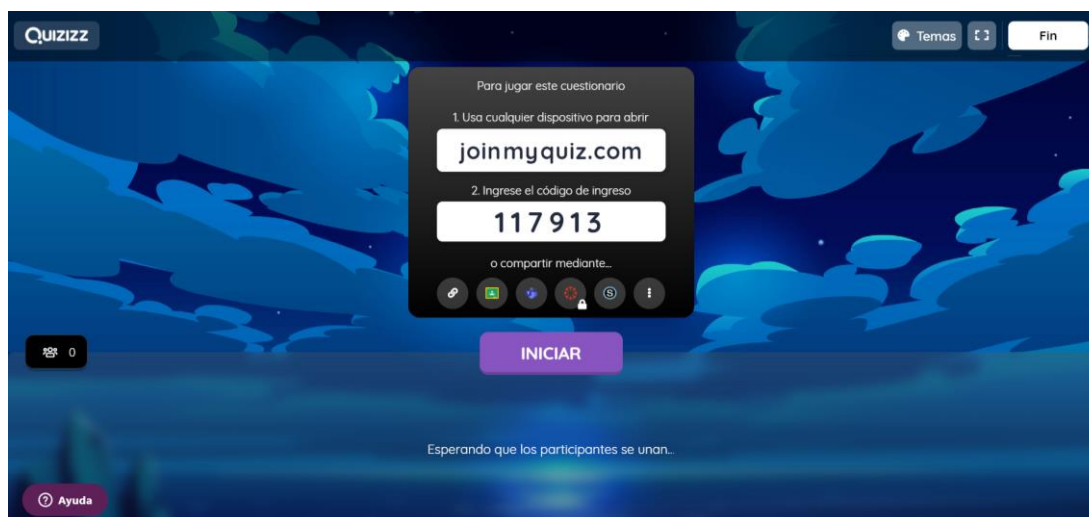


Figura 24. Cuestionario Quizizz. Visión del docente.

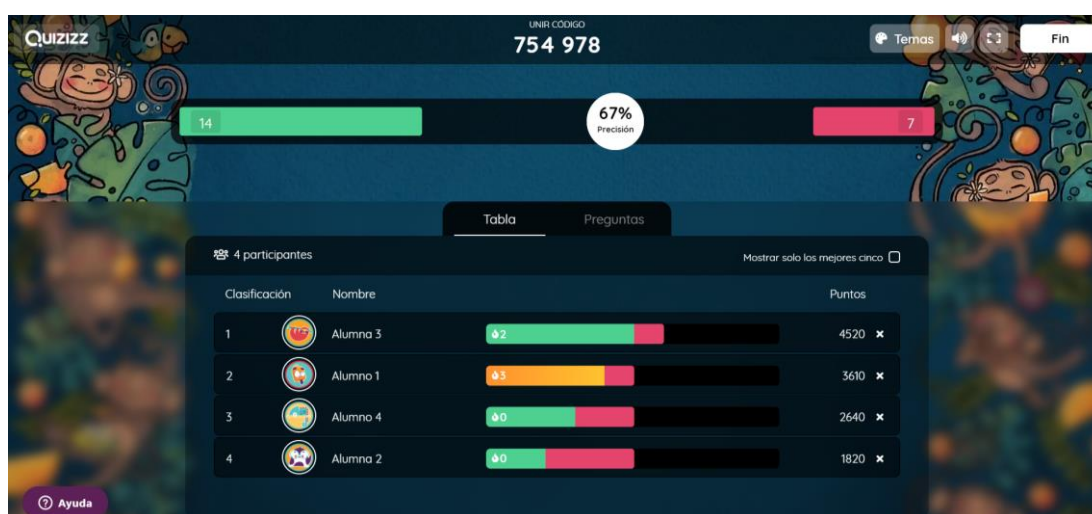


Figura 25. Cuestionario Quizizz. Transcurso de la actividad. Visión del docente.

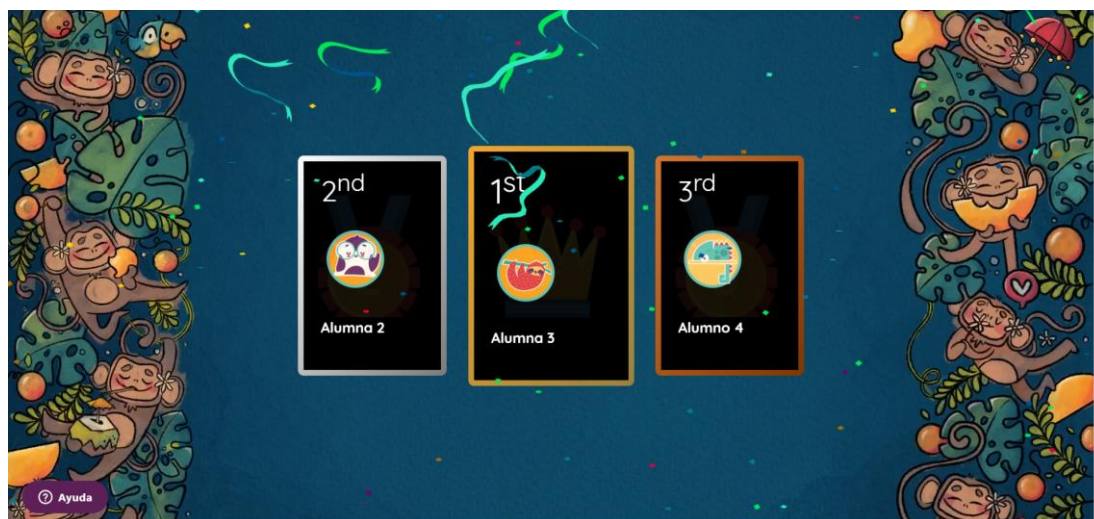


Figura 26. Cuestionario Quizizz. Finalización de la prueba. Visión del docente.

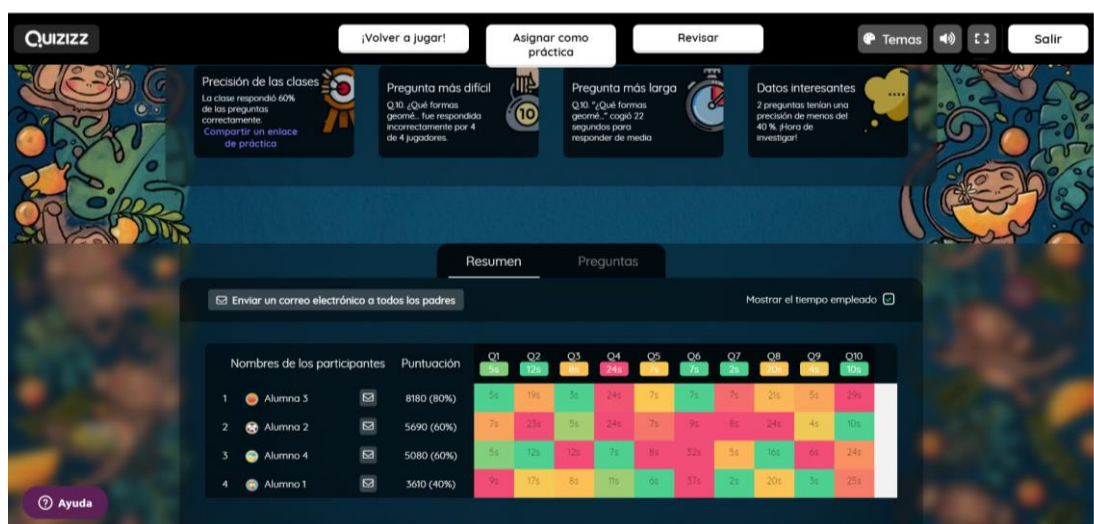


Figura 27. Cuestionario Quizizz. Resultados finales. Visión del docente.

Quizizz: Evaluación inicial - ¡ASÍ NO HAY FORMA!

Quiz started on: Fri 04, Jun 04:22 PM Total Attendance: 4 Average Score: 5640

Questions	Class Level			Player Level			
	# Correct	# Incorrect	# Unattempted	Alumno 3 ( 58 M )	Alumno 2 ( Inés Yelo )	Alumno 4 ( Alumno 4 )	Alumno 1 ( Alumno 1 )
¿Cuál o cuáles de los siguientes polígonos son triángulos?	4	0	0	option 1 (image)	option 1 (image)	option 1 (image)	option 1 (image)
Señala las opciones correctas para este triángulo	2	2	0	Isosceles, Rectángulo	Rectángulo	Isosceles, Rectángulo	Obtusángulo, Equilátero
¿Cuántos grados en total suman los ángulos de un triángulo?	4	0	0	180°	180°	180°	180°
¿Cuántos triángulos hay en la imagen?	1	3	0	34	17	19	27
¿Qué habitación es más grande, una que mide 4 metros de ancho y 3 metros de largo, o una que mide 6 metros de ancho y 3 metros de largo?	2	2	0	Son iguales	La habitación de 6 metros de ancho por 6 metros de largo	La habitación de 6 metros de ancho por 6 metros de largo	Son iguales
¿Cuál de las siguientes figuras no es un cuadrilátero?	3	1	0	Todos son cuadriláteros	Todos son cuadriláteros	Todos son cuadriláteros	option 1 (image)
Si sabes que el aula mide 5 metros de ancho y 8 metros de largo. ¿Cuál es su área?	3	1	0	40 m²	40 m²	40 m²	Me faltan datos para calcularlo
¿Sabes cuáles de las siguientes son partes de la circunferencia? Señala todas las correctas.	2	2	0	Centro, Radio y diámetro, Arco y cuerda	Centro, Radio y diámetro, Arco y cuerda	Radio y diámetro, Arco y cuerda, Sector	Centro, Radio y diámetro, Altura
¿Cómo se calcula el área de un círculo?	3	1	0	$A = \pi r^2$	$A = \pi r^2$	$A = \pi r^2$	$A = 2\pi r$
¿Qué formas geométricas eres capaz de visualizar en esta imagen?	0	4	0	Circunferencia, triángulo, cuadrilátero y rectángulo	Cuadrado	Triángulo rectángulo trapecio triángulo	
<b>Total</b>	<b>24</b>	<b>16</b>	<b>0</b>	<b>8180</b>	<b>5690</b>	<b>5080</b>	<b>3610</b>

Figura 28. Cuestionario Quizizz. Posibilidad de exportar a otros programas

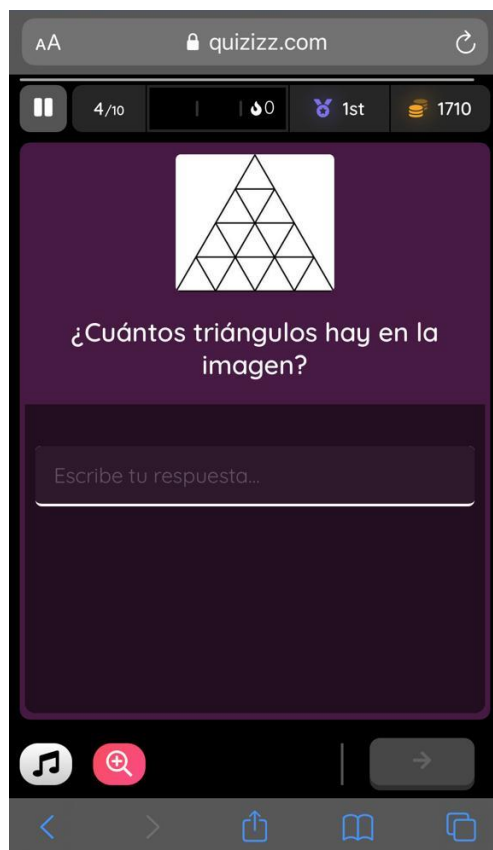
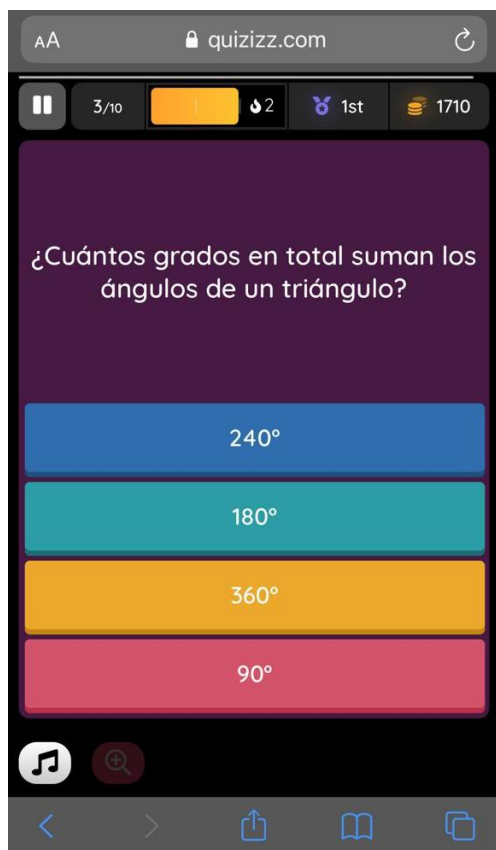
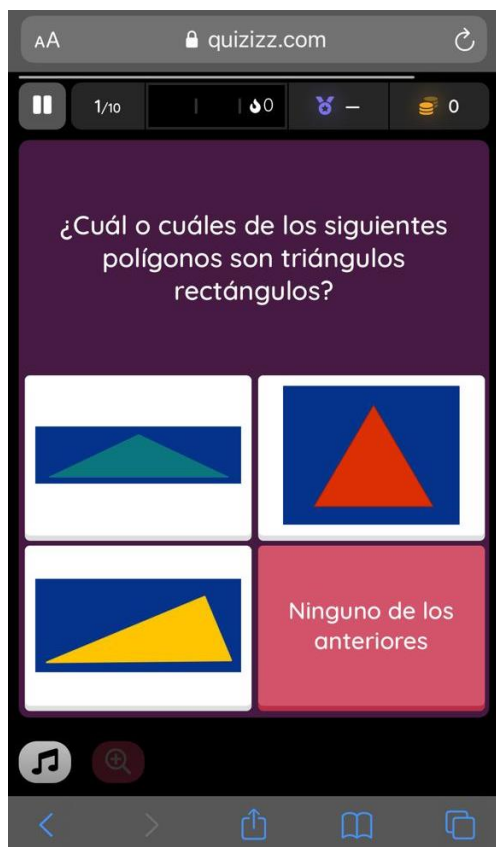


Figura 29. Preguntas 1-4. Versión alumnado



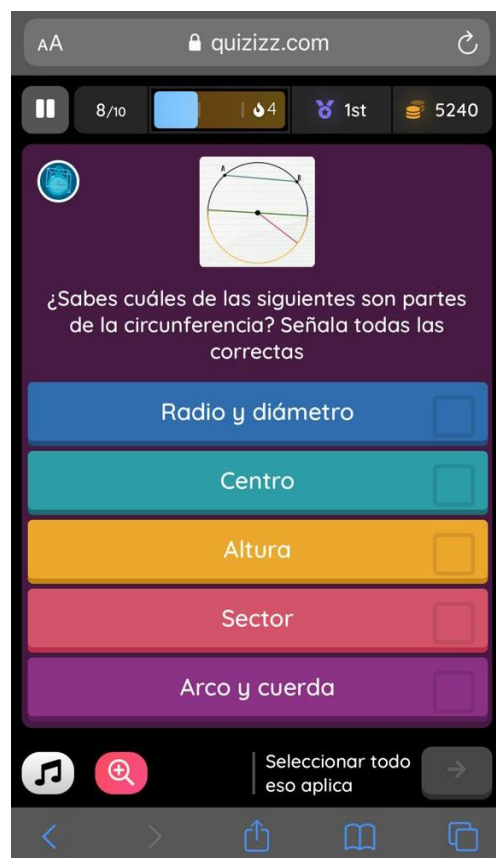
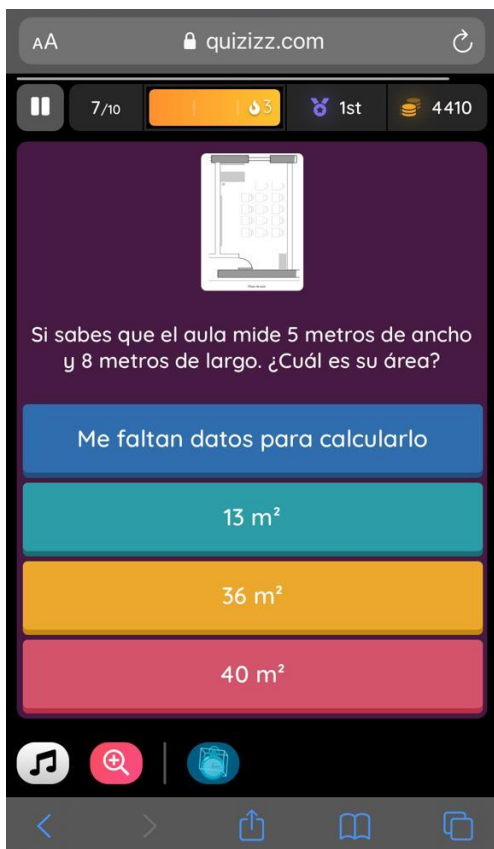
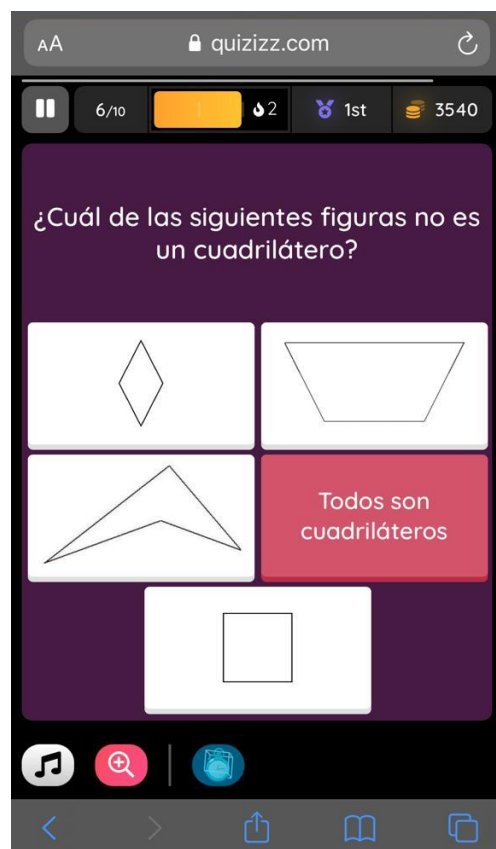
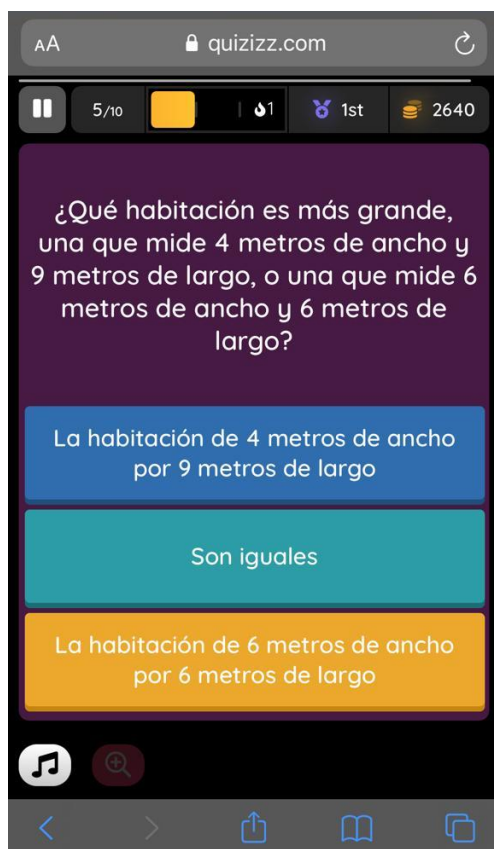


Figura 30. Preguntas 5-8. Versión alumnado

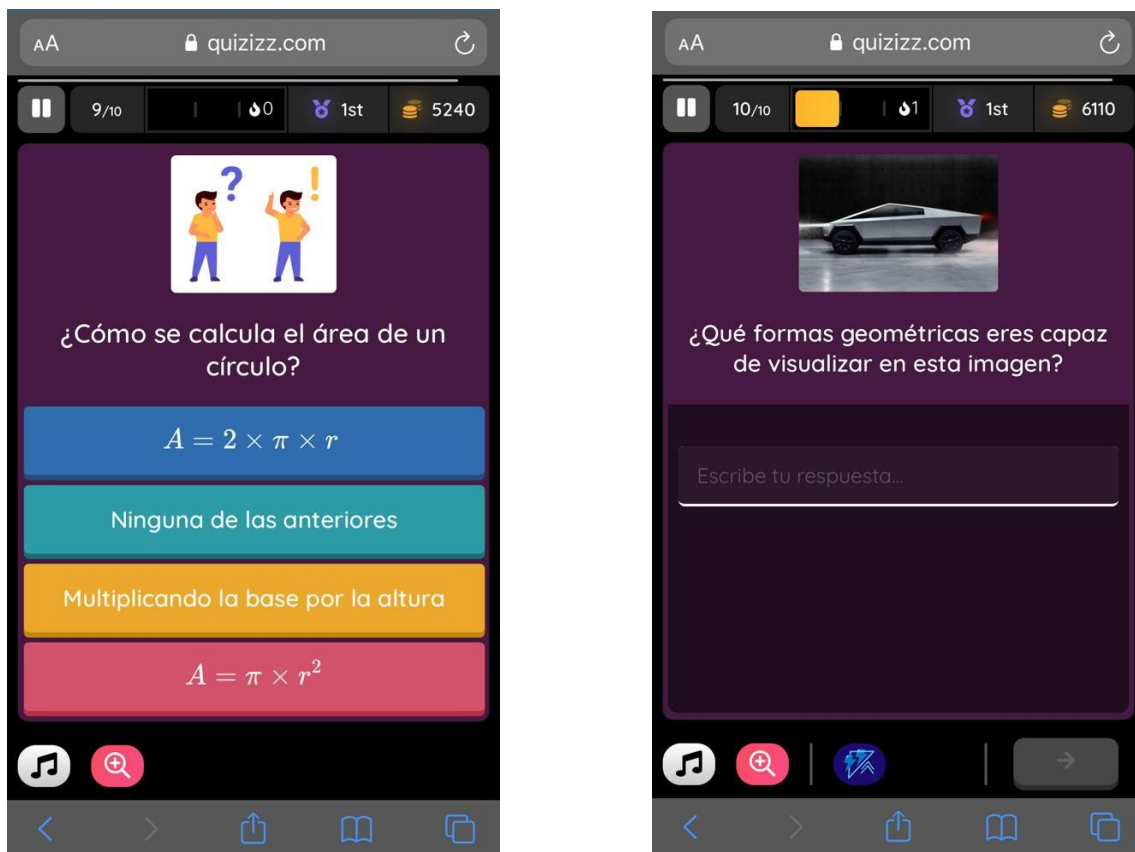


Figura 31. Preguntas 9-10. Versión alumnado

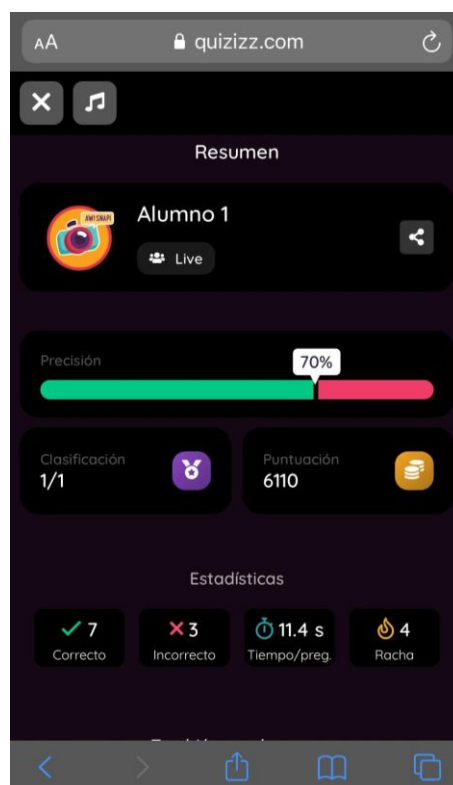


Figura 32. Pantalla resumen. Versión alumnado

## ANEXO XVIII: CAJA DE SORPRESAS DIGITAL

Para esta actividad se proponen dos presentaciones con diapositivas, con distintos elementos en cada una de ellas: definiciones, imágenes, GIFs, pequeños vídeos, etc. Se propone que los alumnos dialoguen entre ellos, y se describan lo que ven en las diapositivas, para ir emparejándolas y justificar el porqué de su emparejamiento. Estos se adjuntarán al Portfolio digital. A continuación, se adjuntan algunos ejemplos de posibles diapositivas.

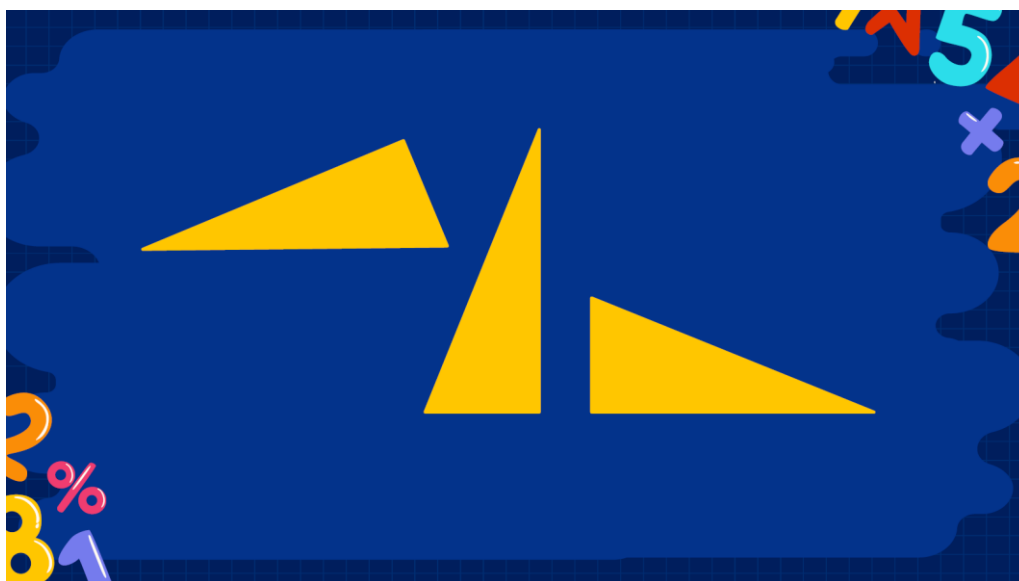


Figura 33. Tarjeta de la caja de sorpresas A



Figura 34. Tarjeta de la caja de sorpresas B

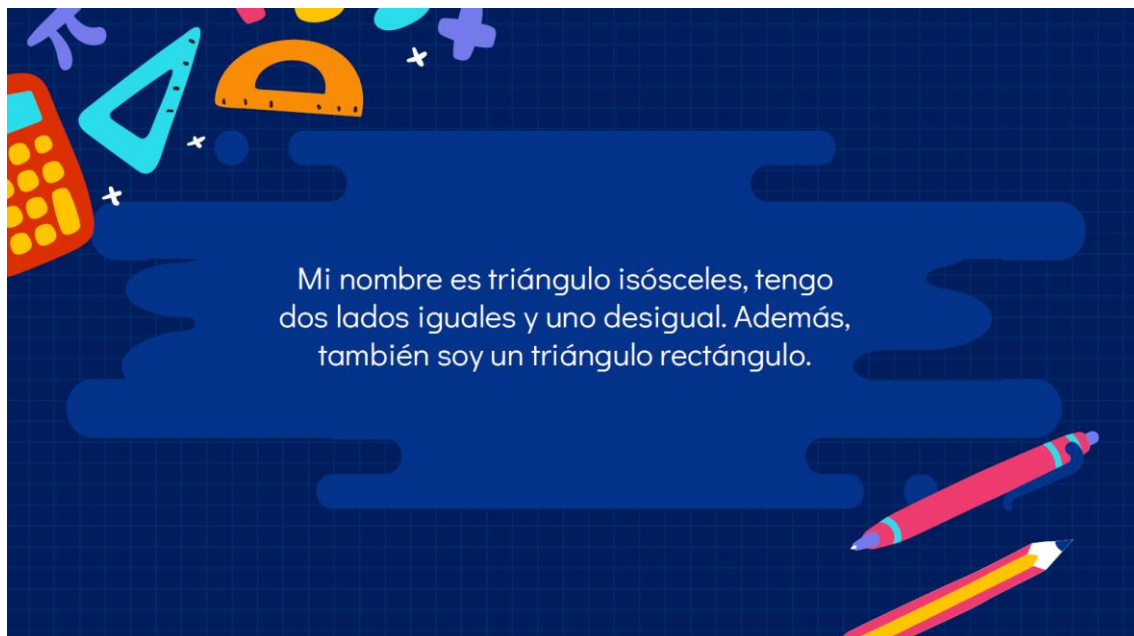


Figura 35. Tarjeta de la caja de sorpresas A

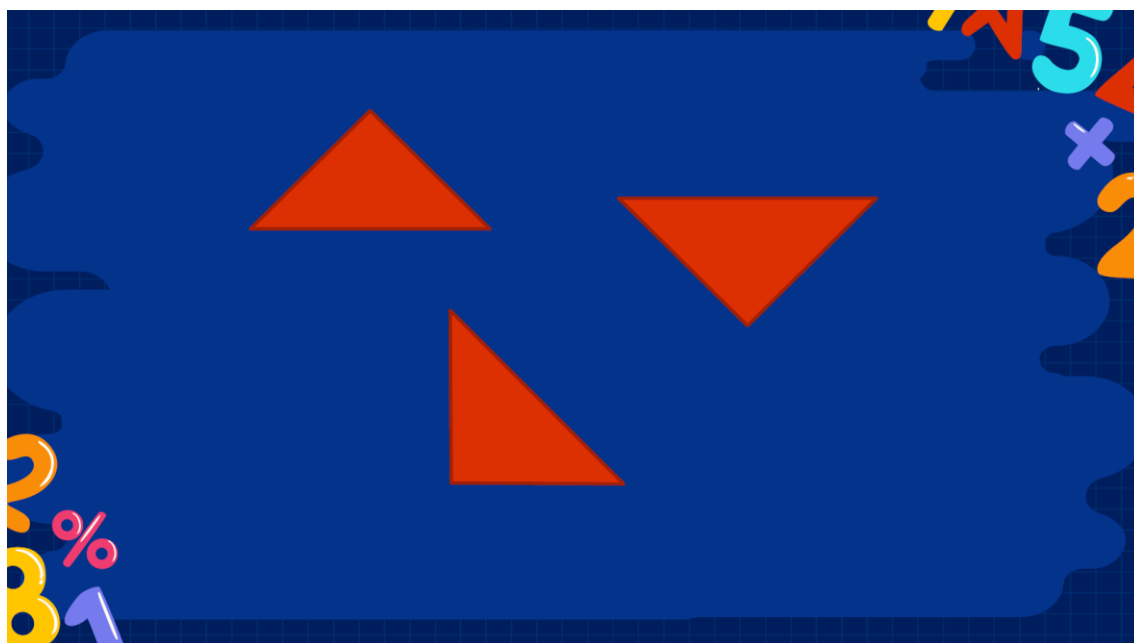


Figura 36. Tarjeta de la caja de sorpresas B





Figura 37. Tarjeta de la caja de sorpresas A

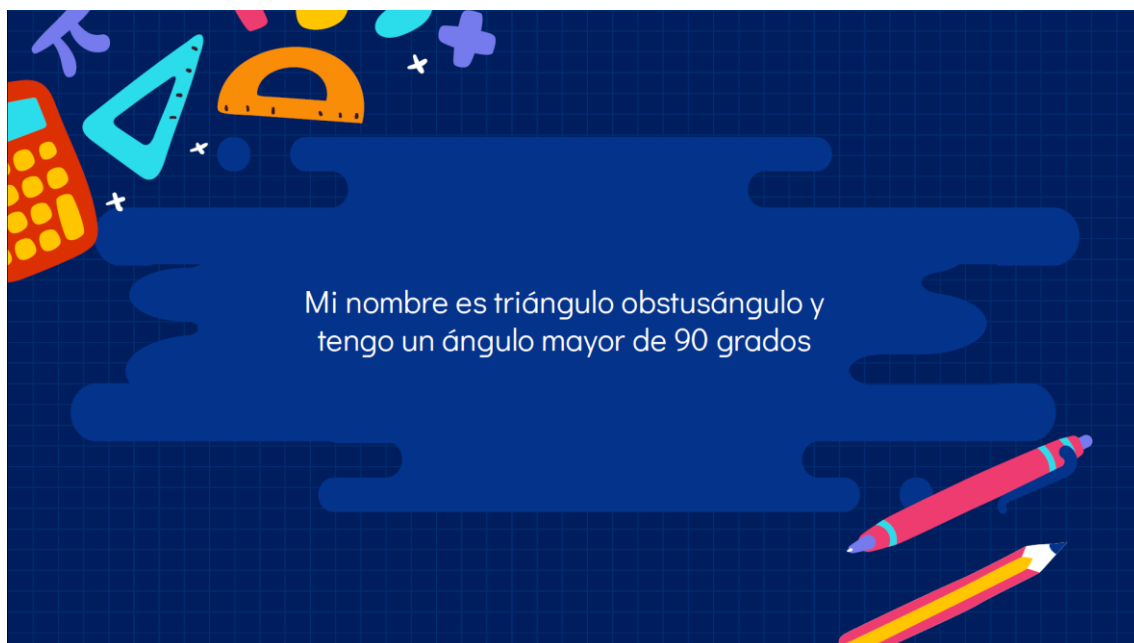


Figura 38. Tarjeta de la caja de sorpresas B

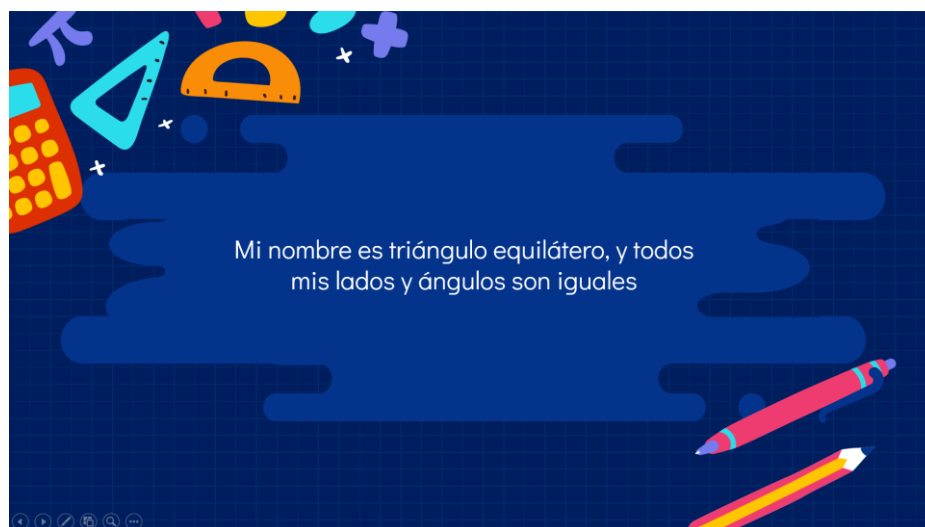


Figura 39. Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado

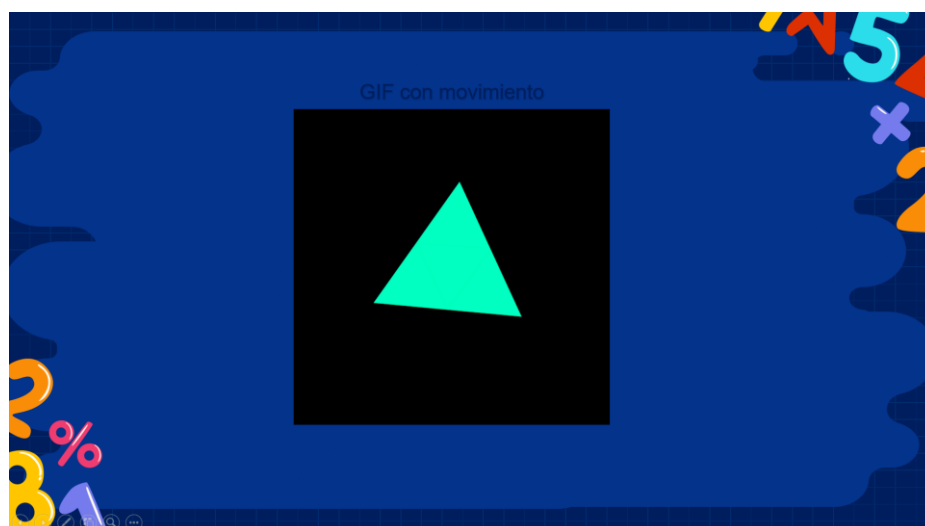


Figura 40. Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado

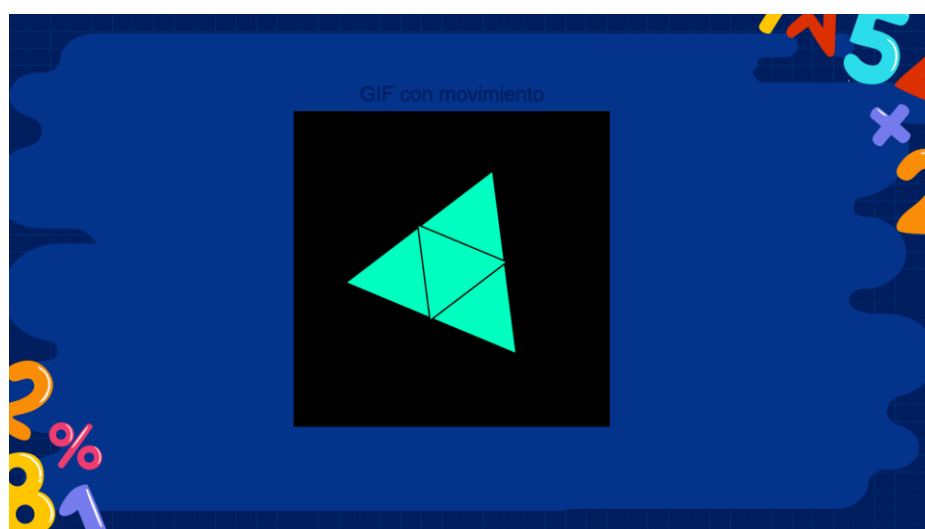


Figura 41. Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado

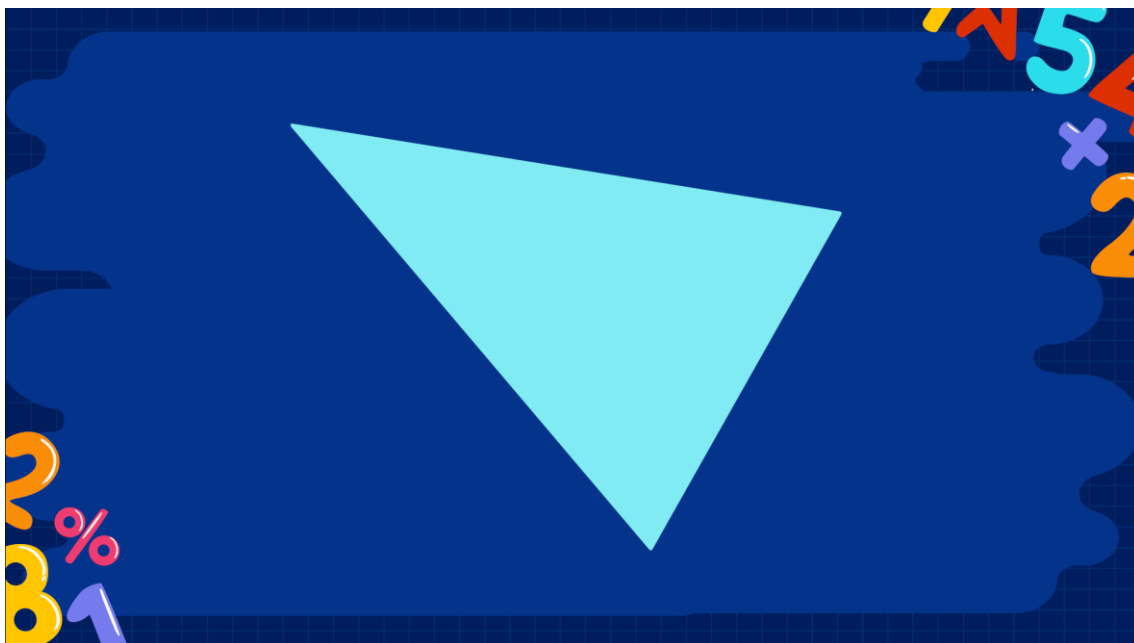


Figura 42. Tarjeta de la caja de sorpresas A

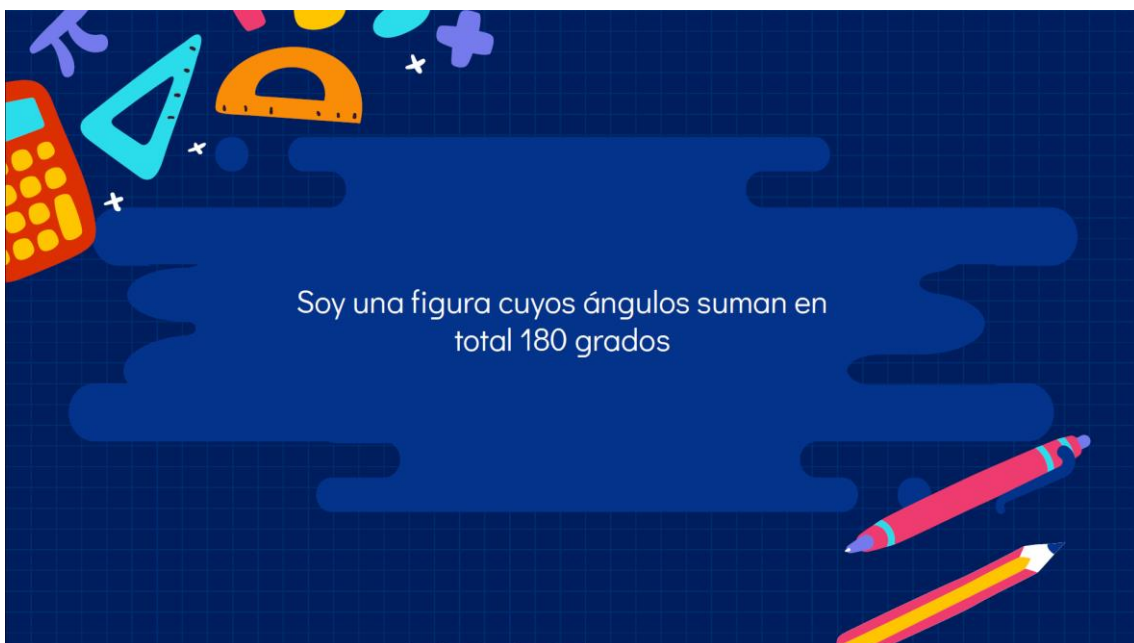


Figura 43. Tarjeta de la caja de sorpresas B

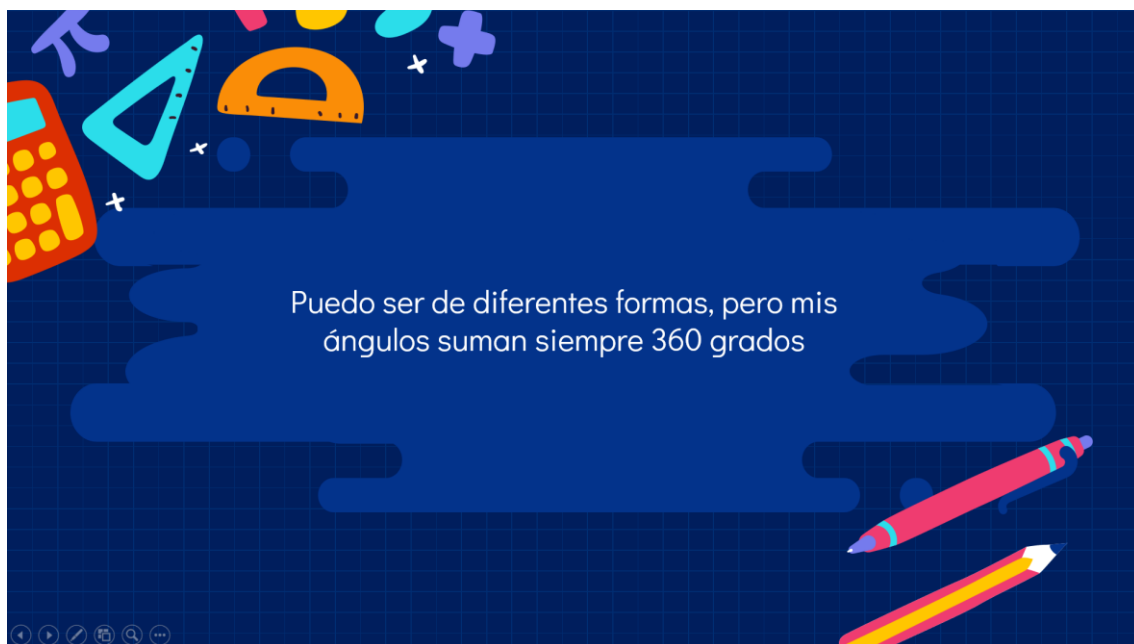


Figura 44. Tarjeta de la caja de sorpresas A

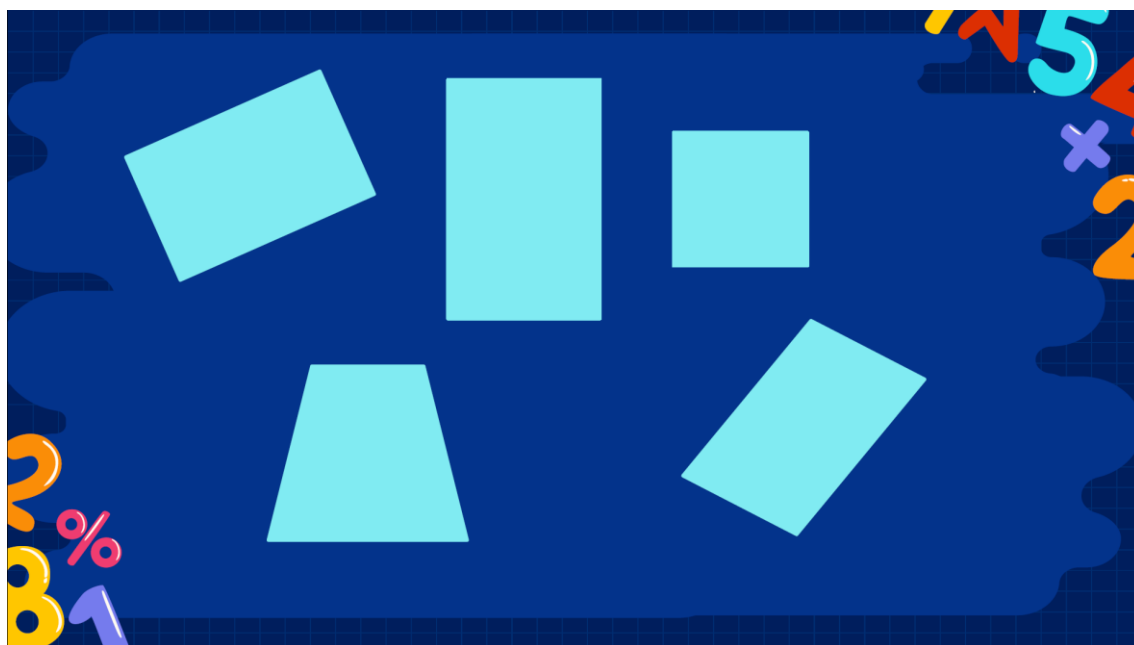


Figura 45. Tarjeta de la caja de sorpresas B

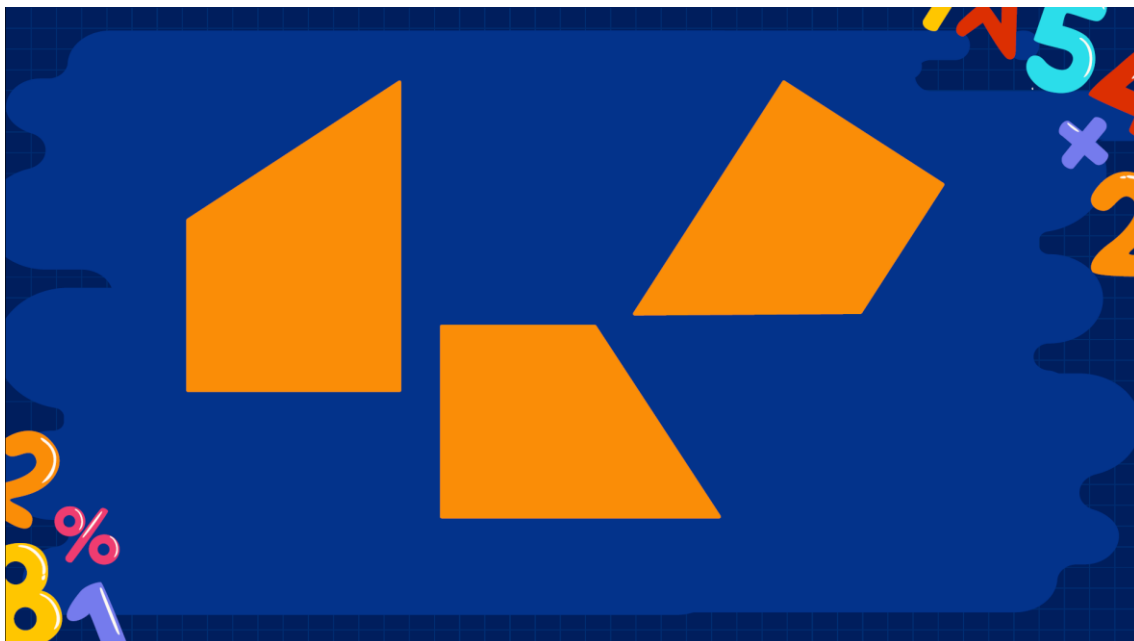


Figura 46. Tarjeta de la caja de sorpresas A



Figura 47. Tarjeta de la caja de sorpresas B



Figura 48. Tarjeta de la caja de sorpresas A



Figura 49. Tarjeta de la caja de sorpresas B

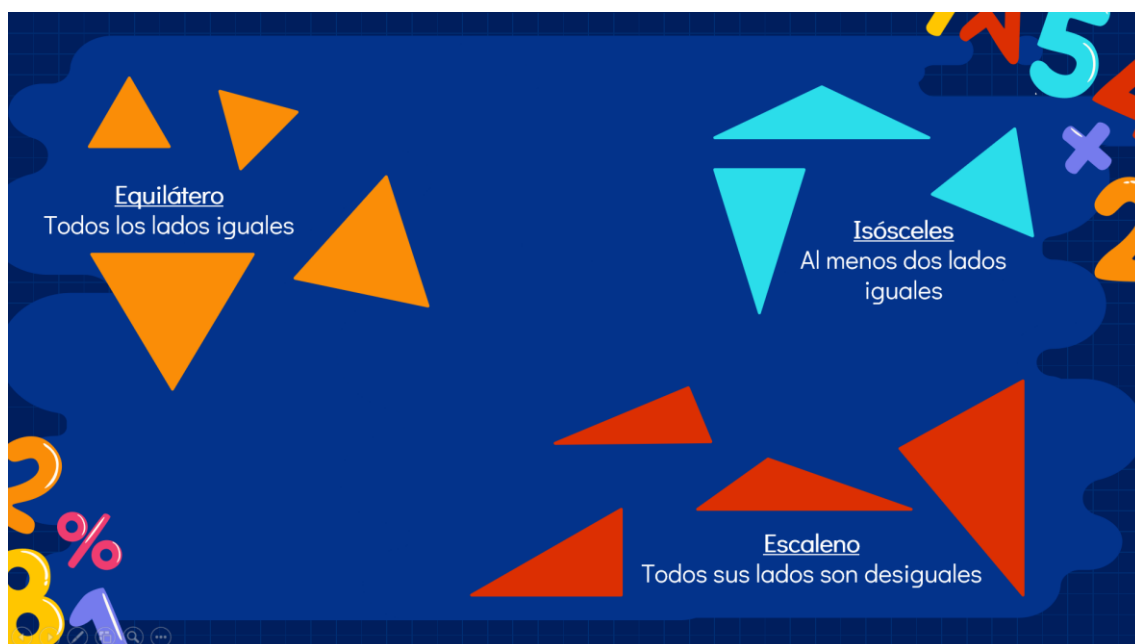


Figura 50. Tarjeta de la caja de sorpresas A



Figura 51. Tarjeta de la caja de sorpresas B



Figura 52. Tarjeta de la caja de sorpresas A

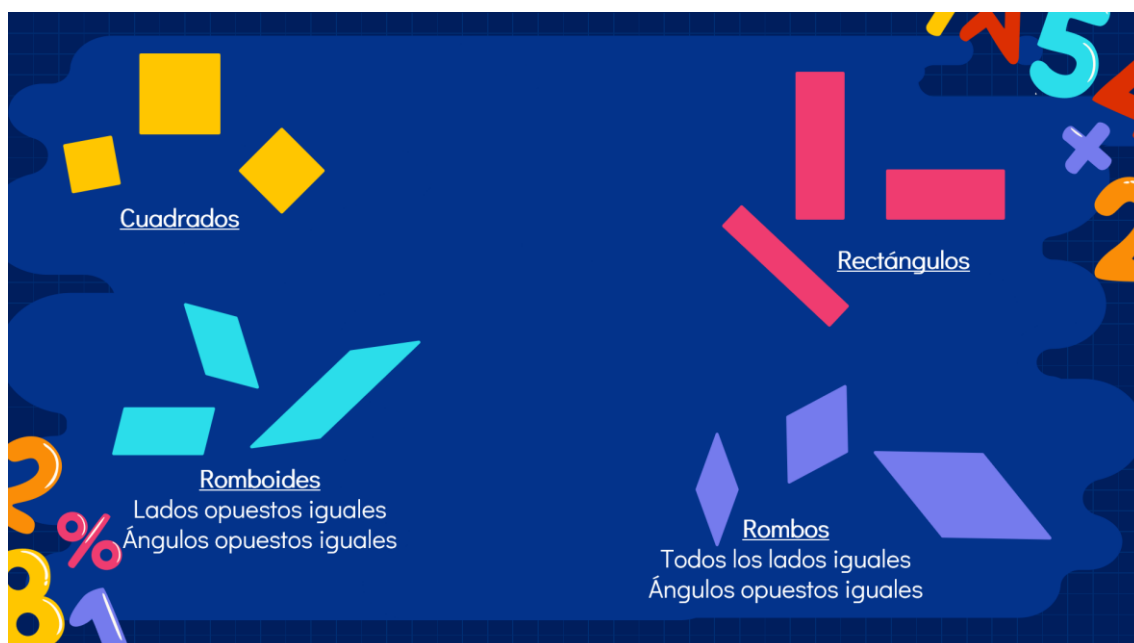


Figura 53. Tarjeta de la caja de sorpresas B





Figura 54. Tarjeta de la caja de sorpresas A



Figura 55. Tarjeta de la caja de sorpresas B



Figura 56. Tarjeta de la caja de sorpresas A

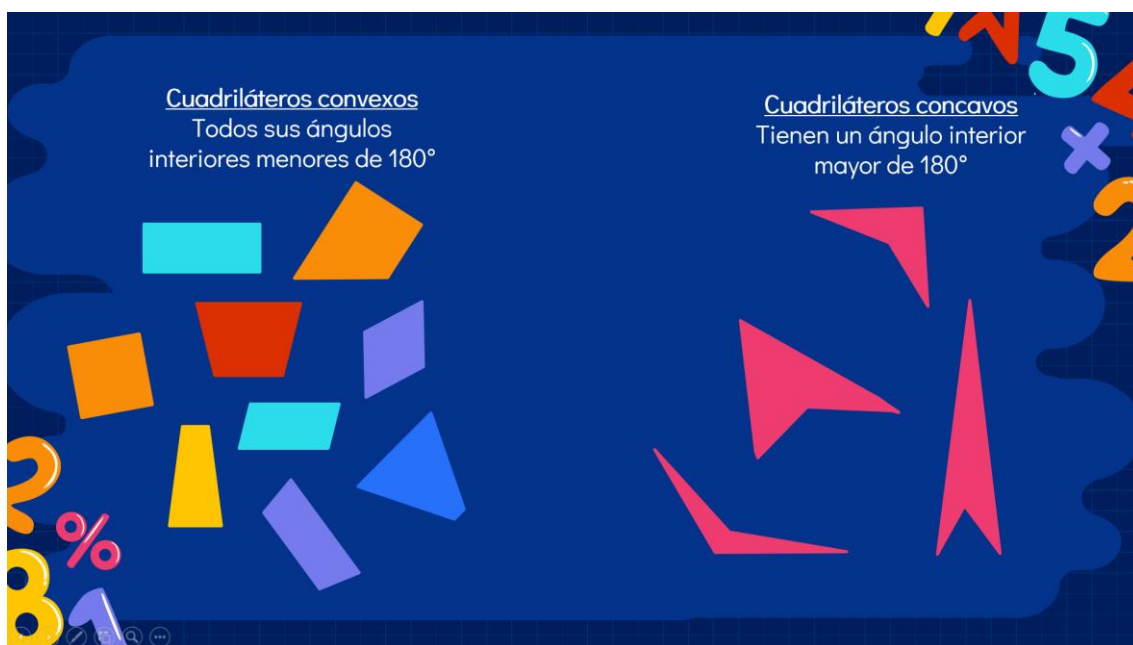


Figura 57. Tarjeta de la caja de sorpresas B

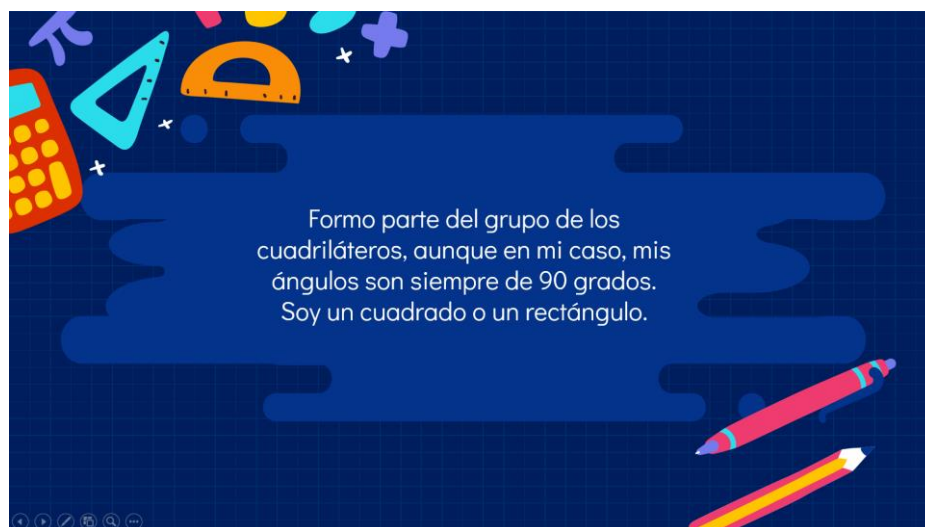


Figura 58. Tarjeta de la caja de sorpresas A. Vídeo corto

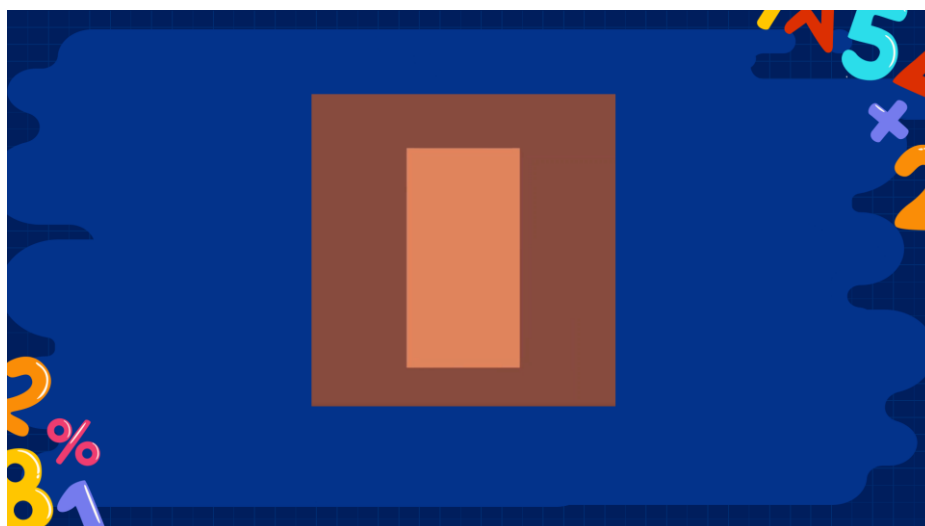


Figura 59. Tarjeta de la caja de sorpresas B. Vídeo corto

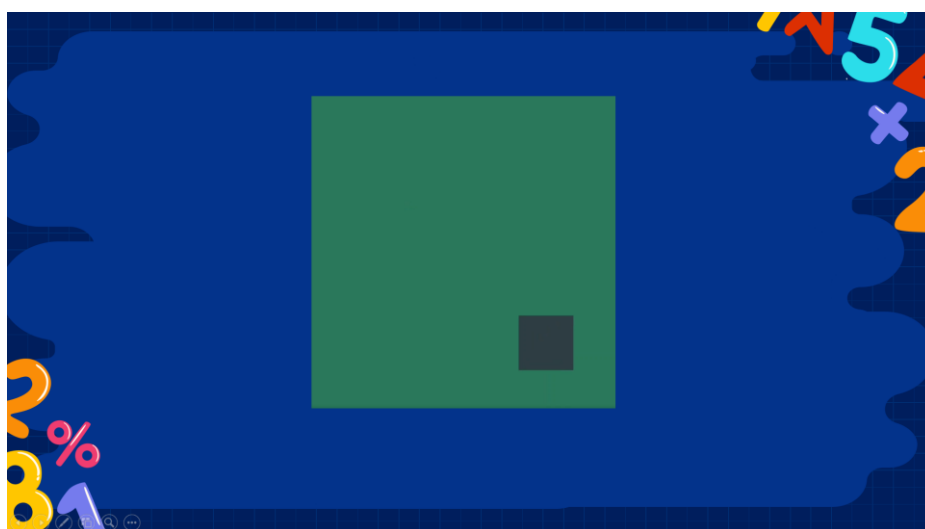


Figura 60. Tarjeta de la caja de sorpresas B. Vídeo corto

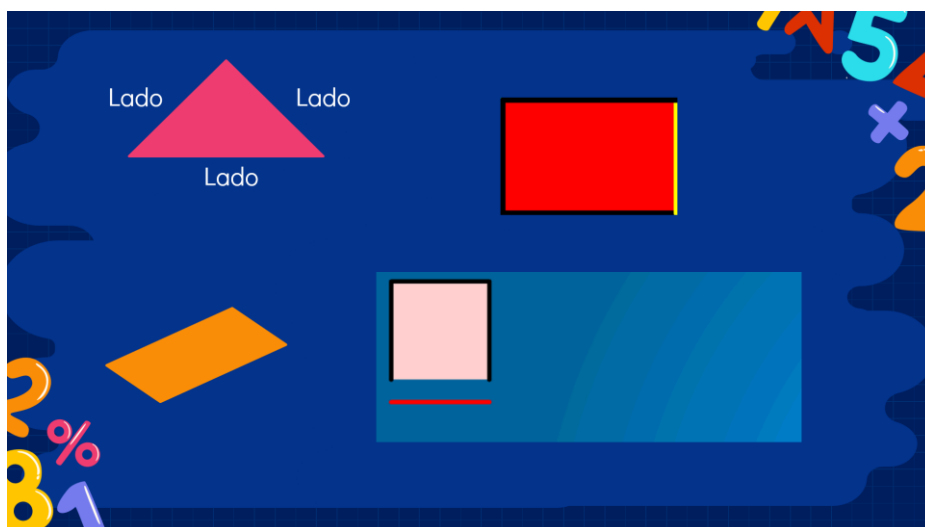


Figura 61. Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado

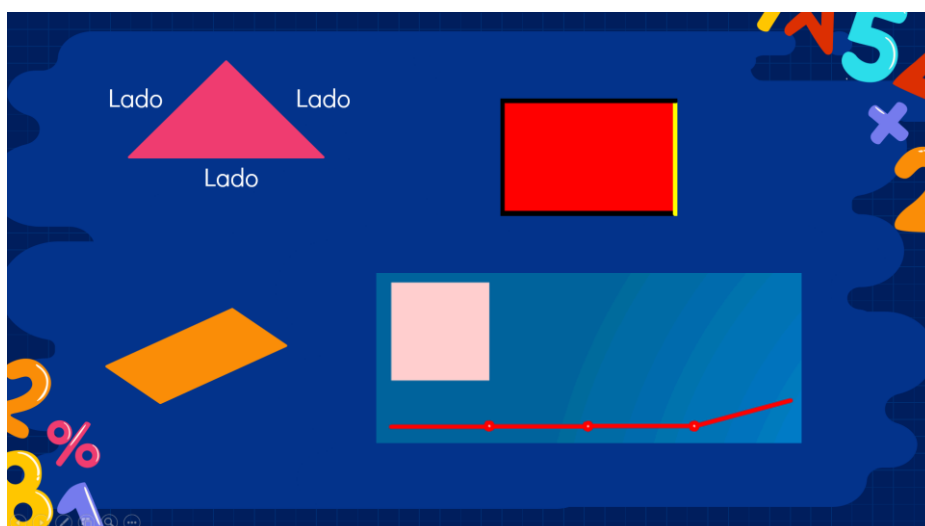


Figura 62. Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado

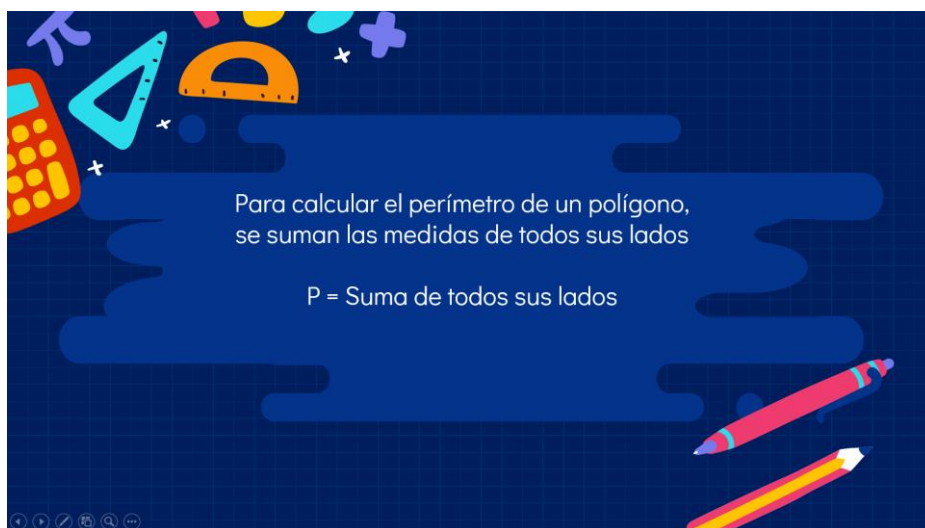


Figura 63. Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado

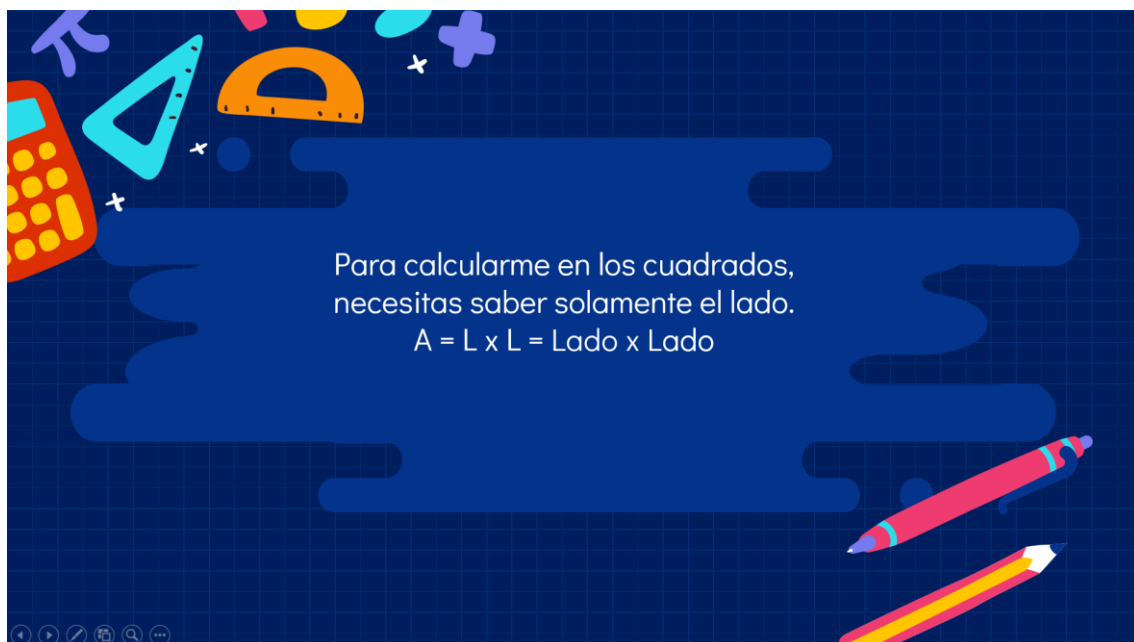


Figura 64. Tarjeta de la caja de sorpresas A

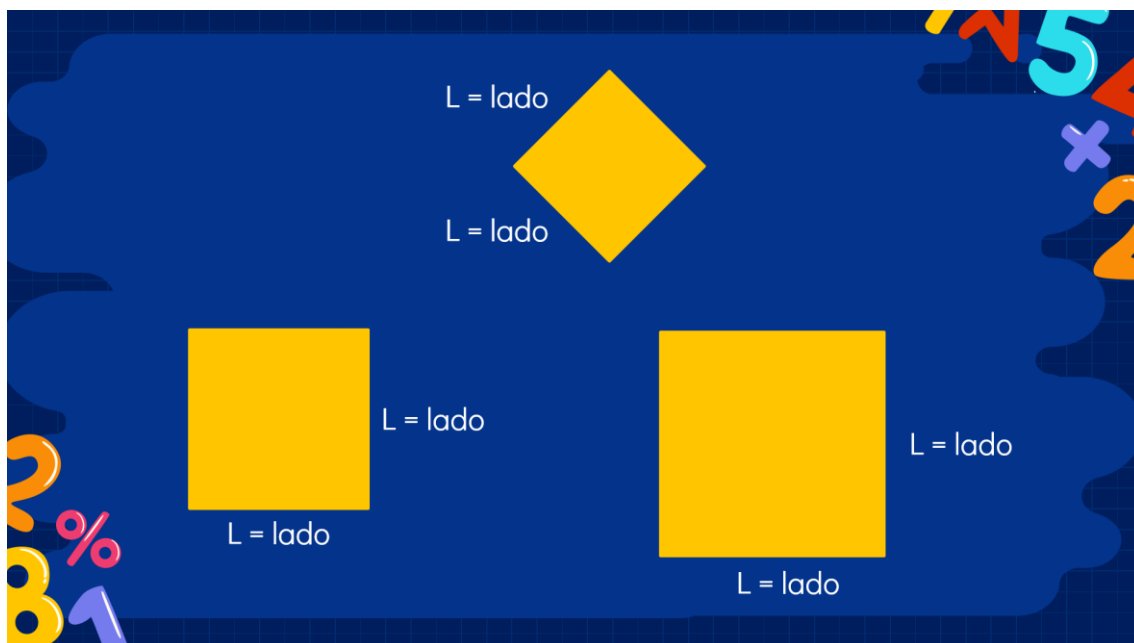


Figura 65. Tarjeta de la caja de sorpresas B

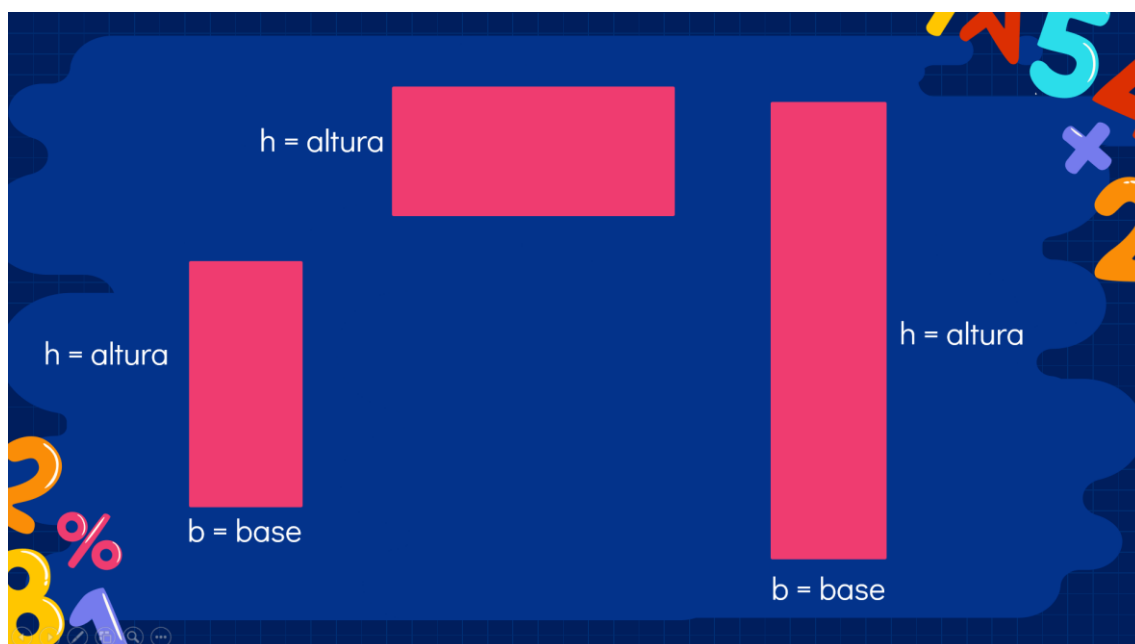


Figura 66. Tarjeta de la caja de sorpresas A

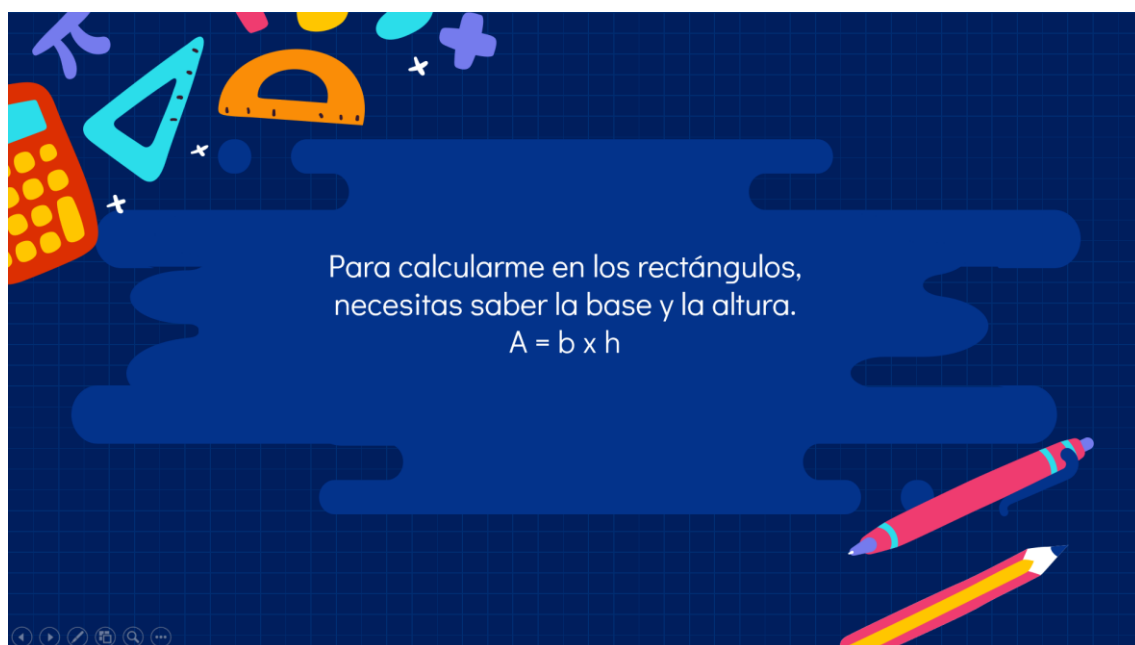


Figura 67. Tarjeta de la caja de sorpresas B

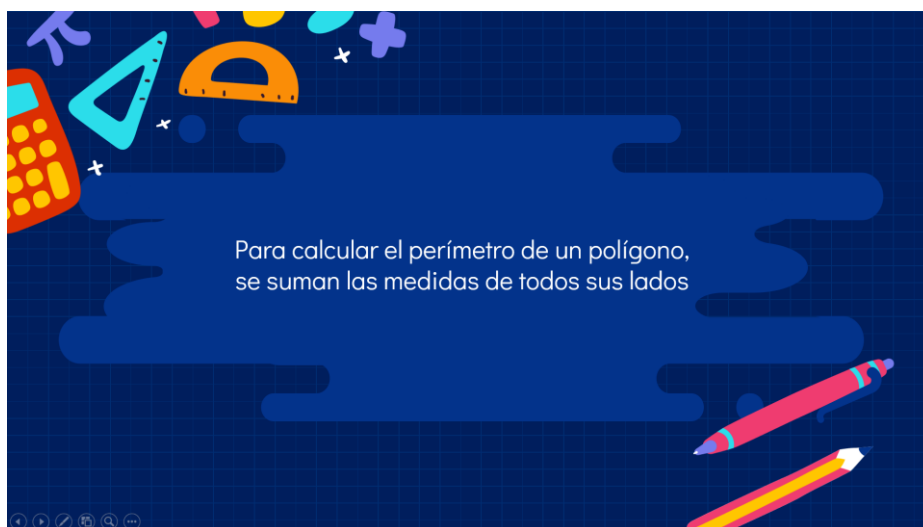


Figura 68. Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado

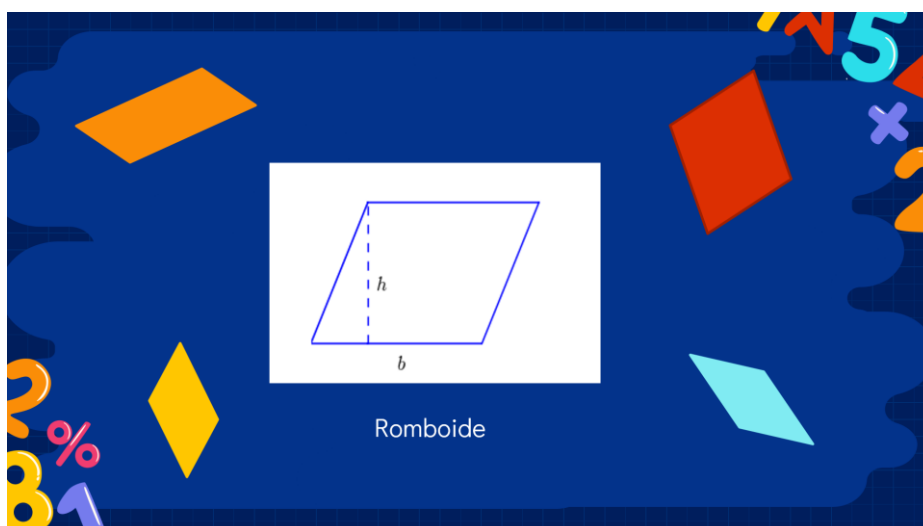


Figura 69. Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado

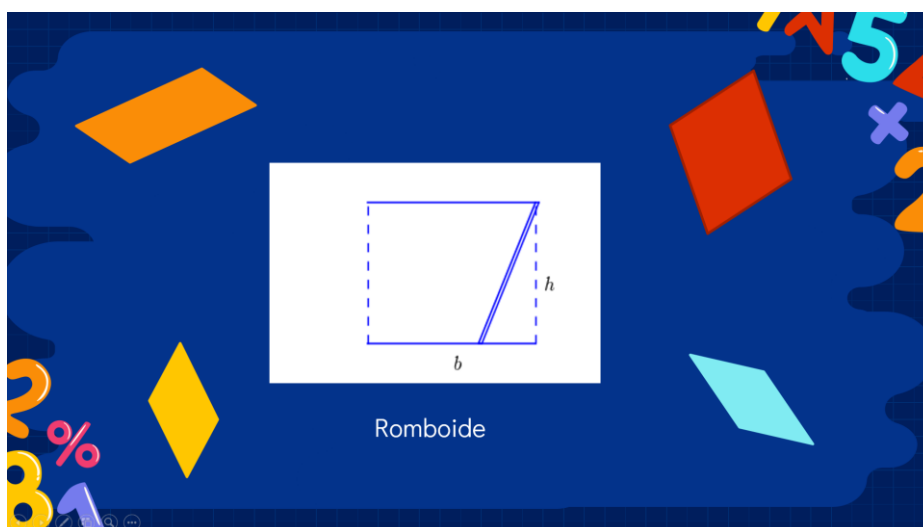


Figura 70. Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado



Figura 71. Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado

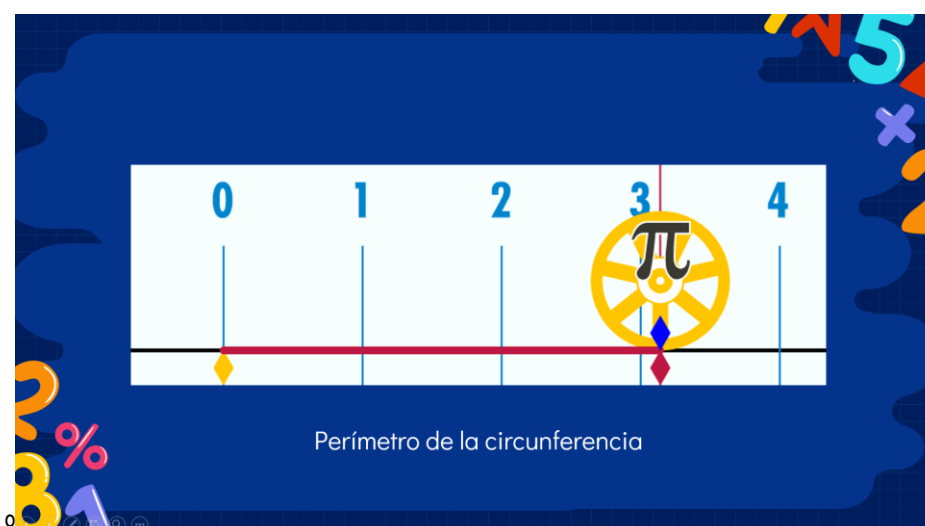


Figura 72. Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado

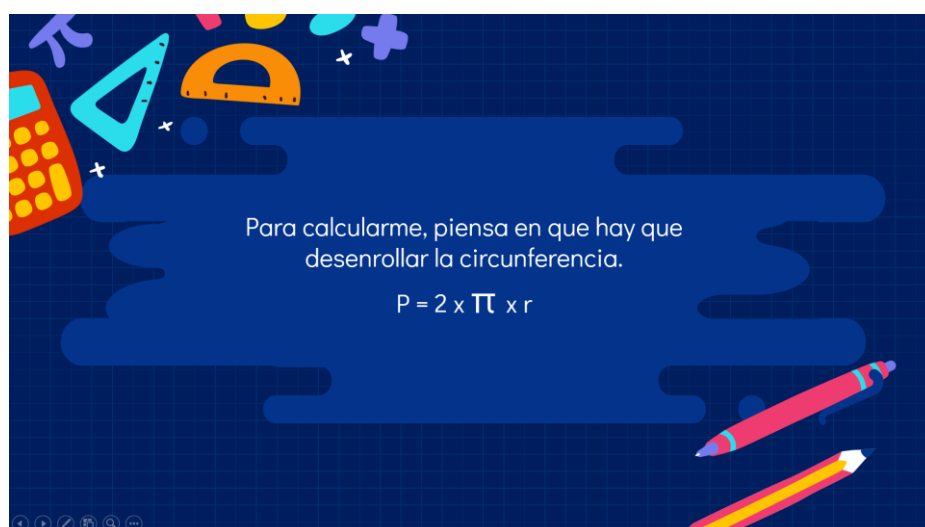


Figura 73. Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado



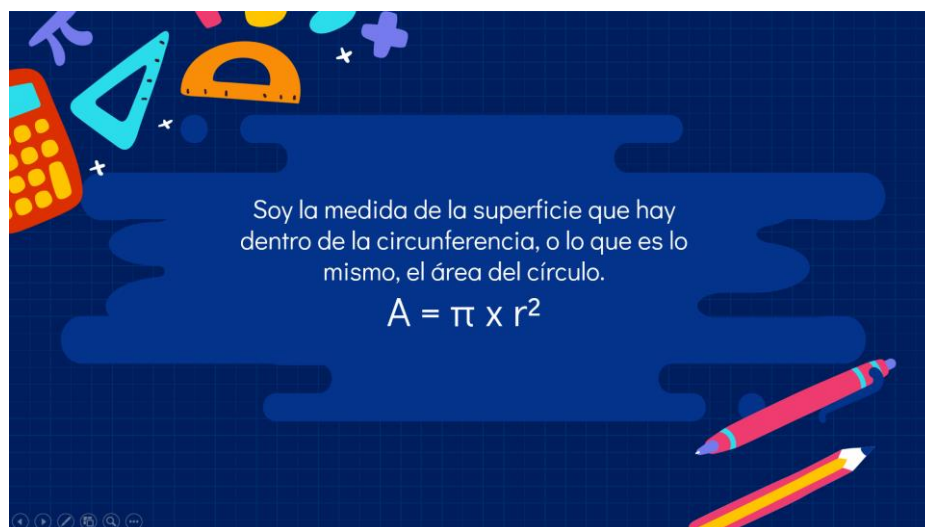


Figura 74. Tarjeta de la caja de sorpresas A. Vídeo corto



Figura 75. Tarjeta de la caja de sorpresas A. Vídeo corto



Figura 76. Tarjeta de la caja de sorpresas B. Vídeo corto

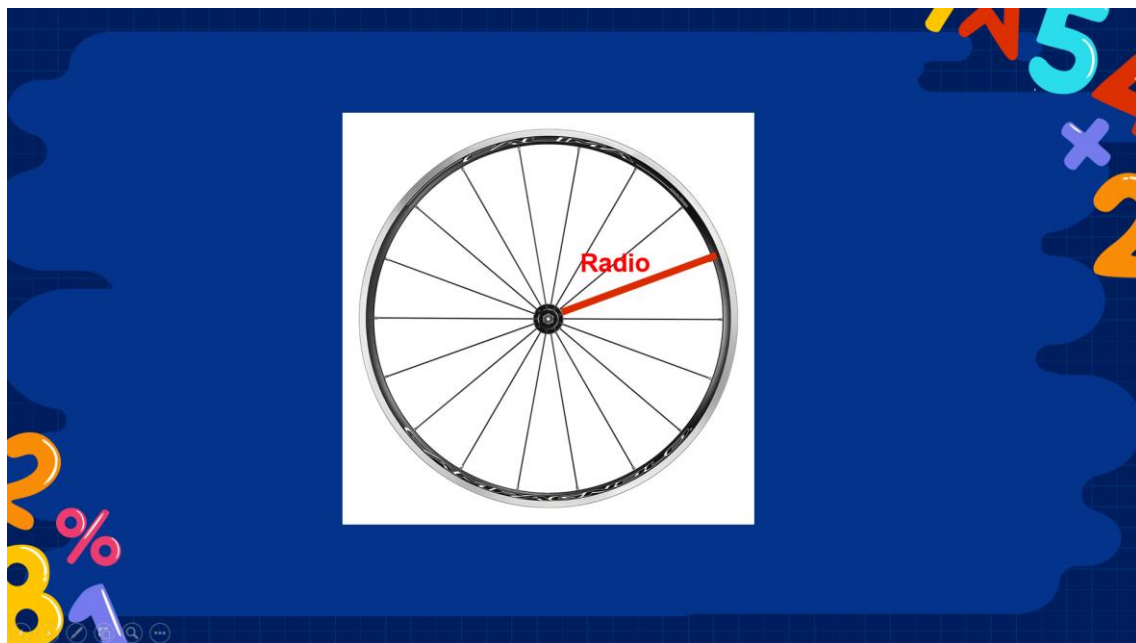


Figura 77. Tarjeta de la caja de sorpresas A

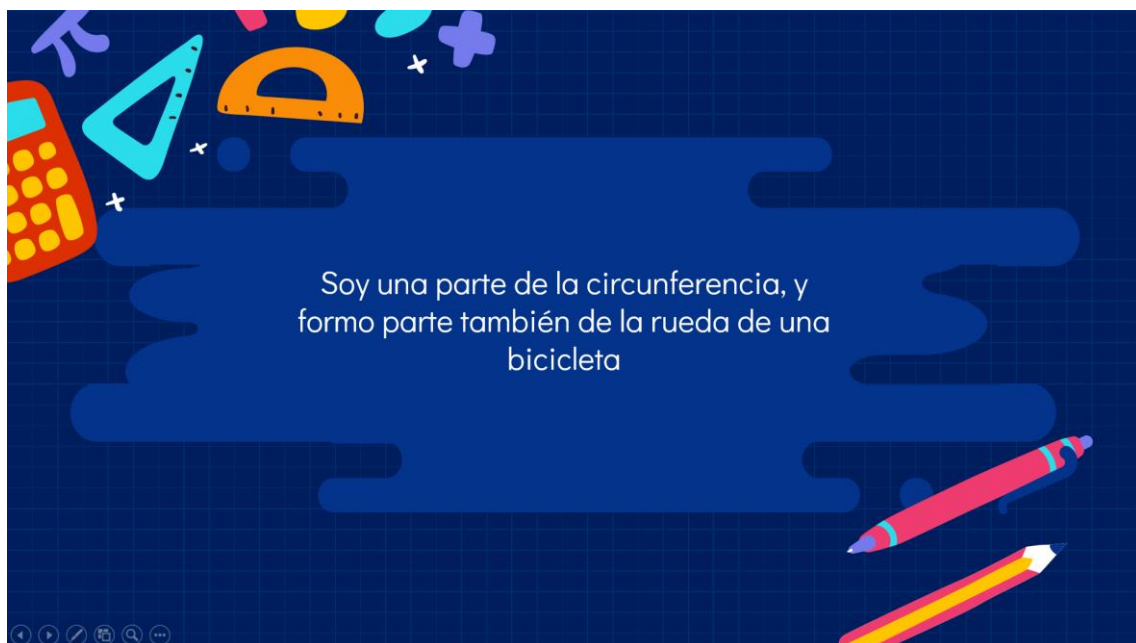


Figura 78. Tarjeta de la caja de sorpresas B



Figura 79. Tarjeta de la caja de sorpresas A

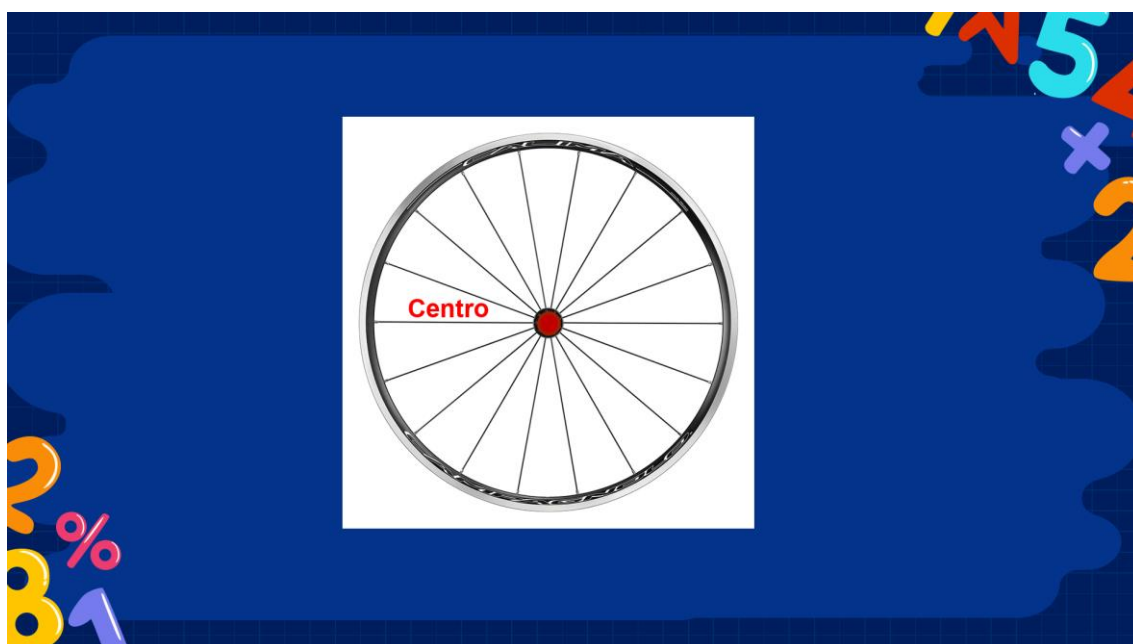


Figura 80. Tarjeta de la caja de sorpresas B

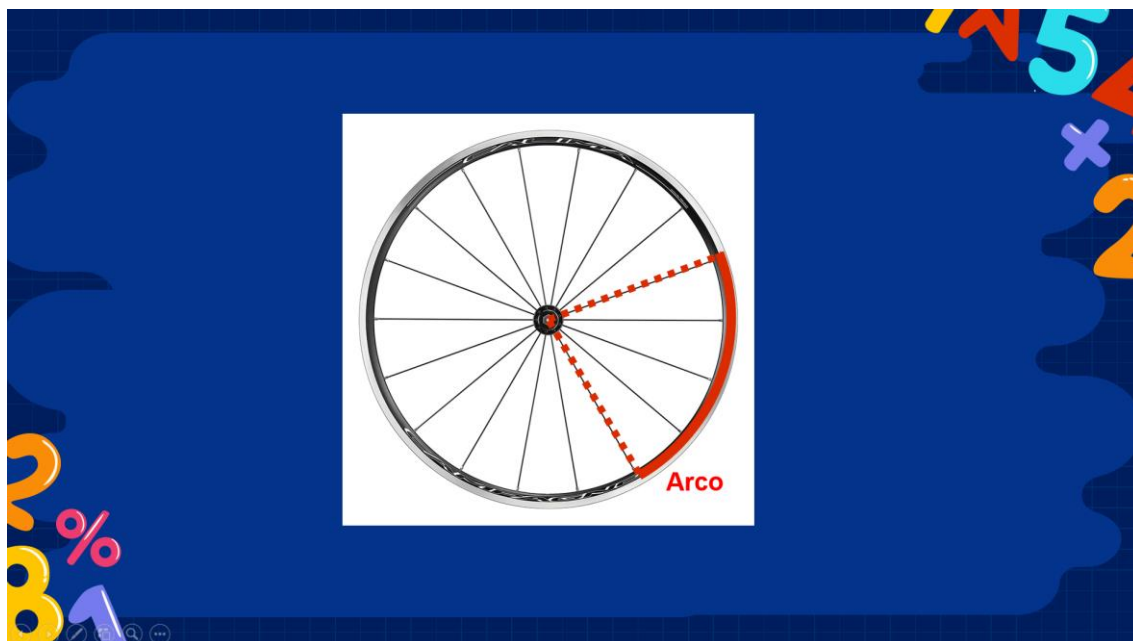


Figura 81. Tarjeta de la caja de sorpresas A

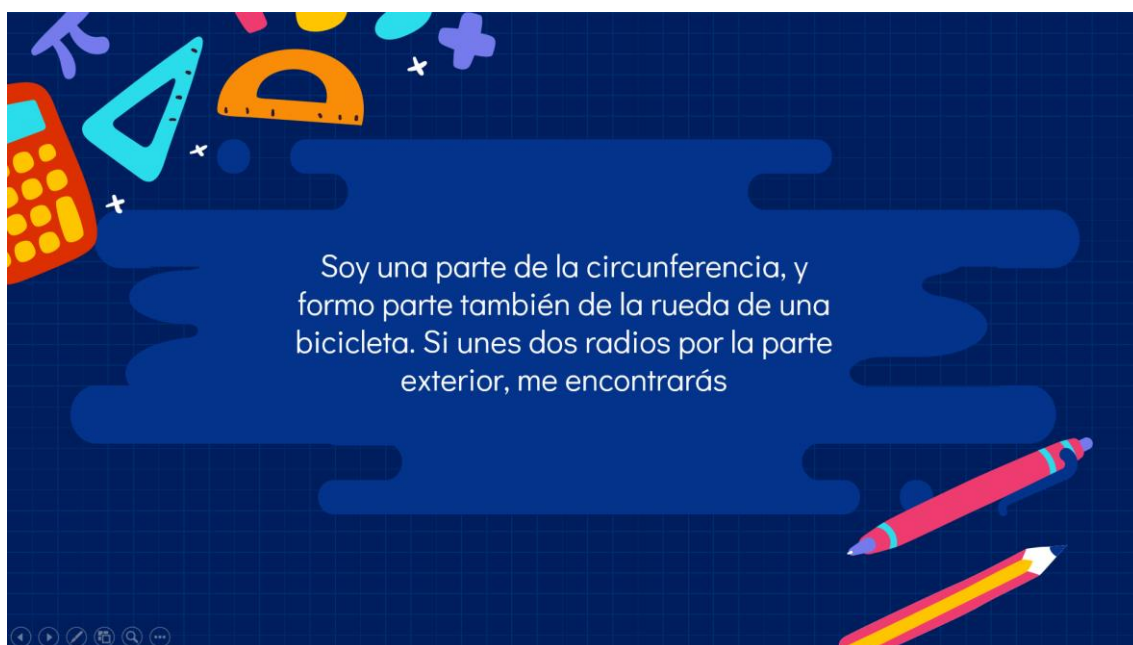


Figura 82. Tarjeta de la caja de sorpresas B

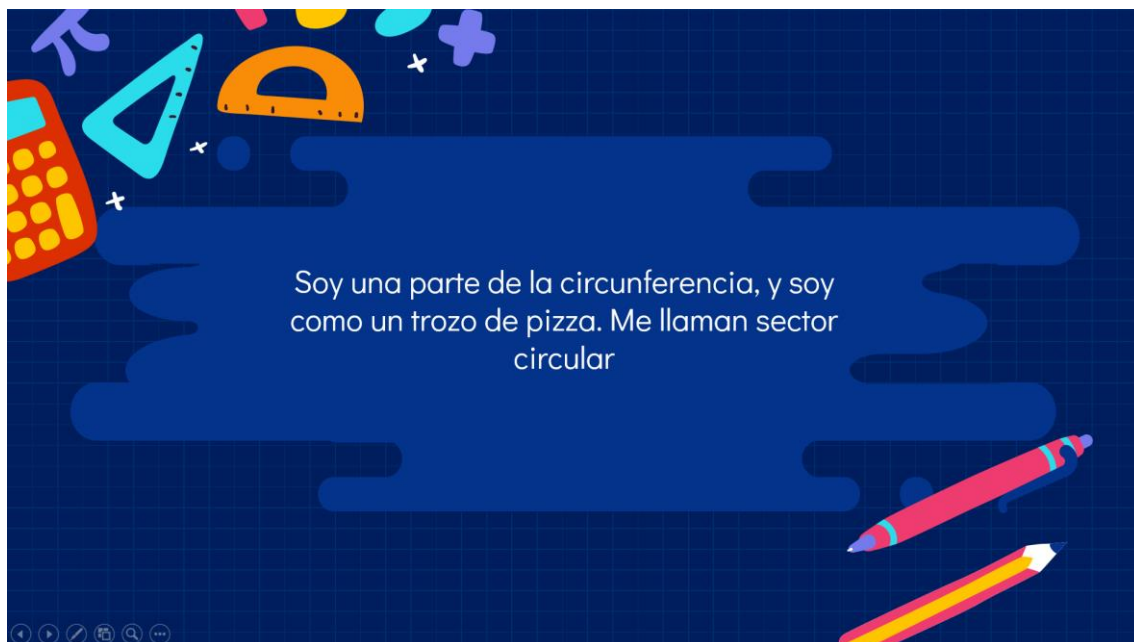


Figura 83. Tarjeta de la caja de sorpresas A



Figura 84. Tarjeta de la caja de sorpresas A





Figura 85. Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado



Figura 86. Tarjeta de la caja de sorpresas A. GIF animado

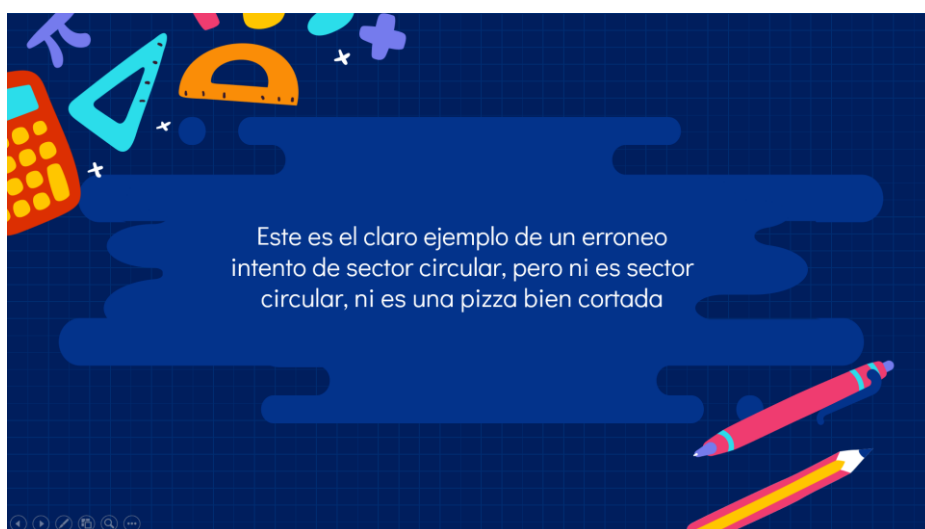


Figura 87. Tarjeta de la caja de sorpresas B. GIF animado

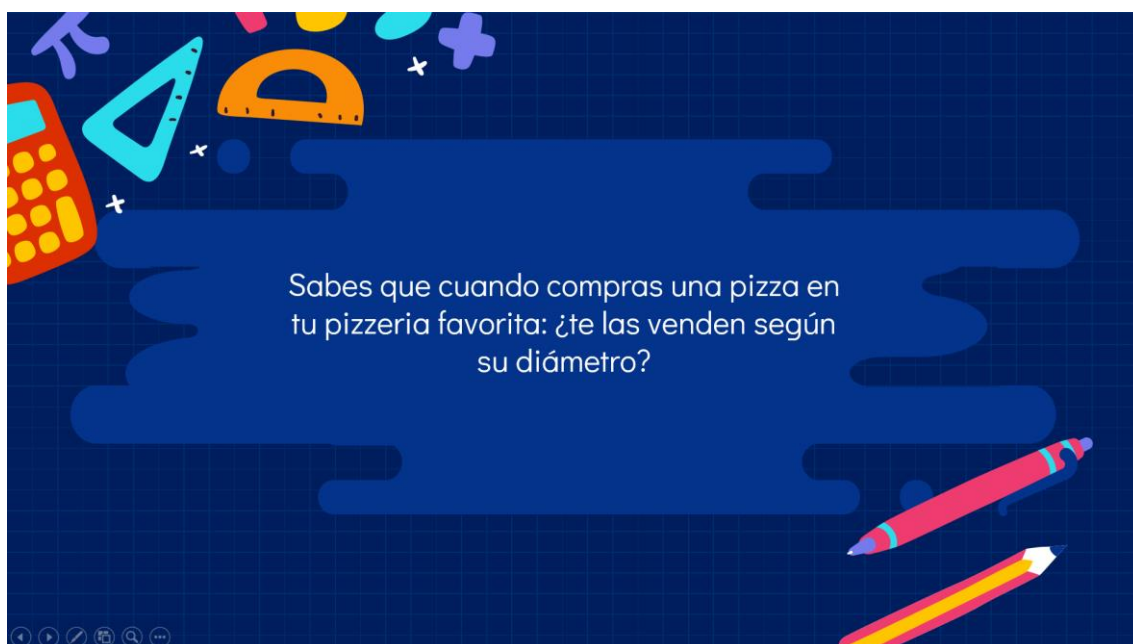


Figura 88. Tarjeta de la caja de sorpresas A



Figura 89. Tarjeta de la caja de sorpresas B

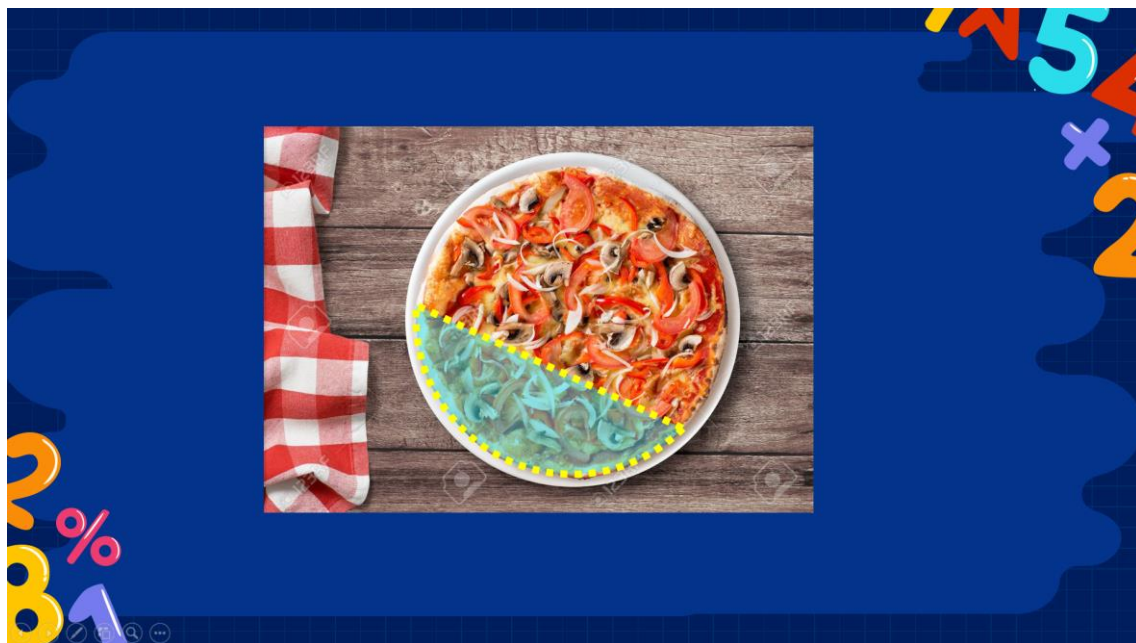


Figura 90. Tarjeta de la caja de sorpresas A

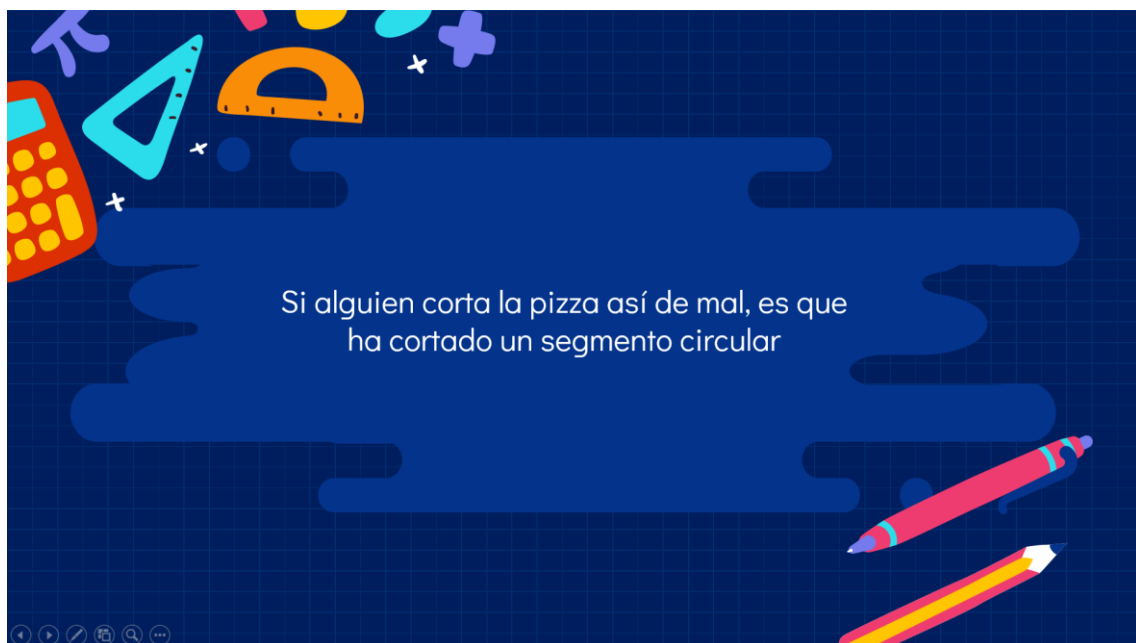


Figura 91. Tarjeta de la caja de sorpresas B



## ANEXO XIX: TANGRAM DIGITAL

La idea de esta tarea se basa en la construcción de un Tangram en GeoGebra, con formas manipulables, utilizando la herramienta propia de la aplicación “Polígono rígido”. Esta herramienta permite construir polígonos con uno de sus vértices que será un punto para desplazar la figura (punto ancla), y otro que servirá para girar la figura (punto pivotante). Así nos aseguramos que las formas se pueden manipular, girar, y mover libremente por el entorno de la aplicación, facilitando así poder formar figuras y que los triángulos y cuadriláteros formados mantengan su forma y proporciones.

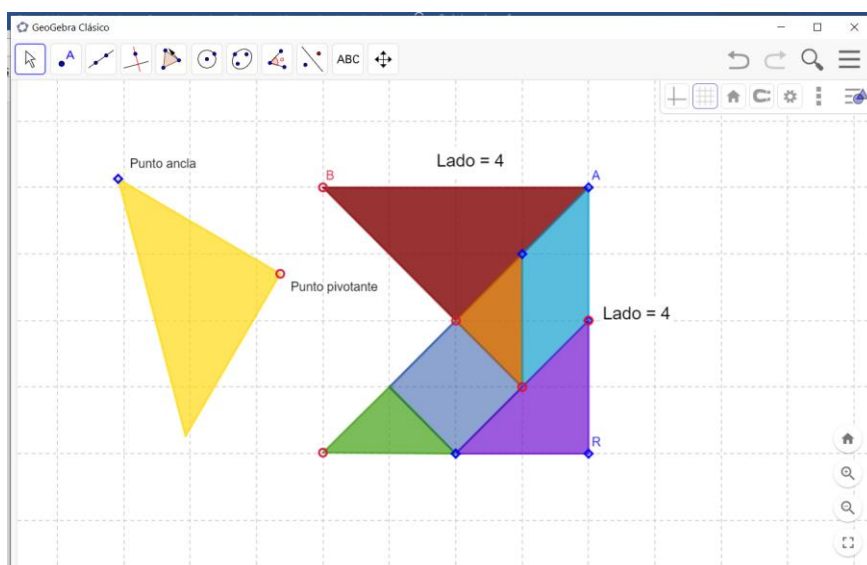


Figura 92. Captura de pantalla de la app GeoGebra (1/3) – Tarea “Tangram digital”

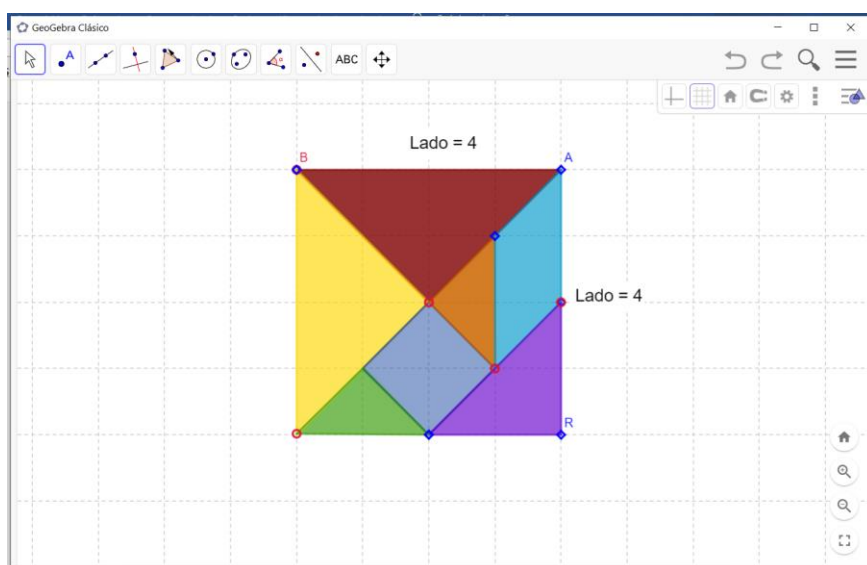


Figura 93. Captura de pantalla de la app GeoGebra (2/3) – Tarea “Tangram digital”

En la Figura 94, encontramos un ejemplo de lo que se podría proponer como figura de Tangram de un número por parte del alumnado, para poder realizar la segunda fase de la actividad de intercambio de figuras para el cálculo del perímetro.

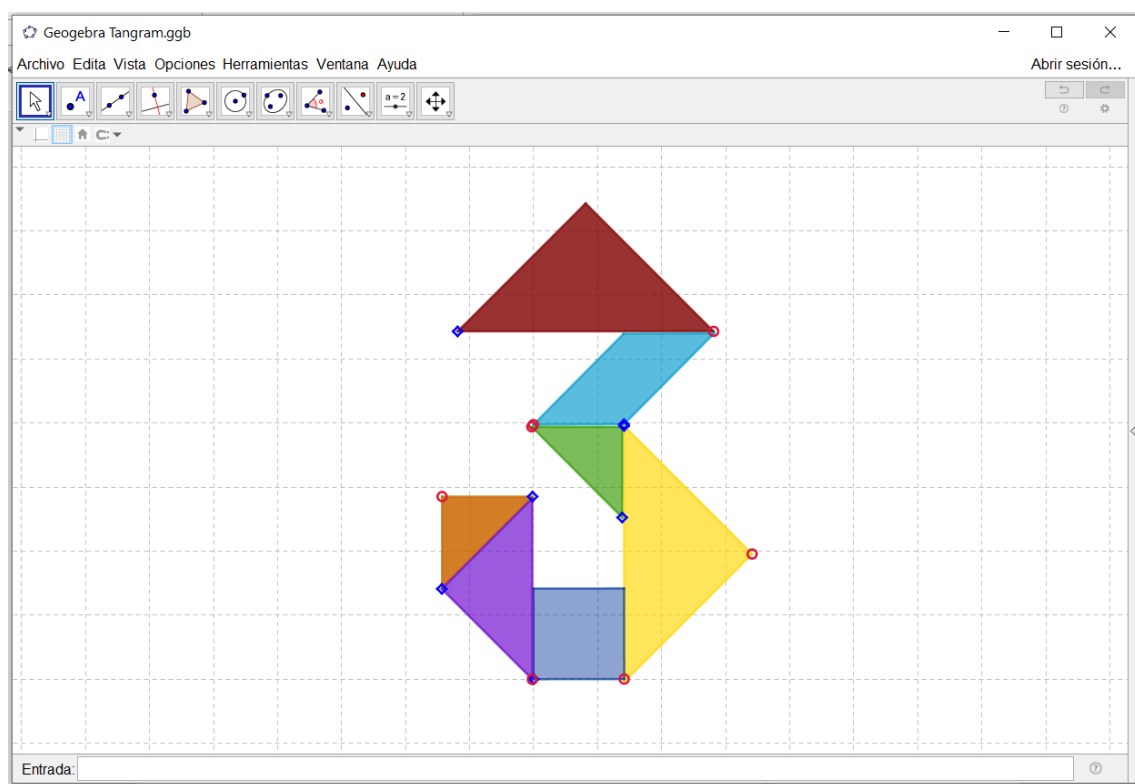


Figura 94. Captura de pantalla de la app GeoGebra (3/3) – Tarea “Tangram digital”

## ANEXO XX: MANDALA

En este anexo, se adjuntan capturas de pantalla de la aplicación GeoGebra, para entender el potencial de la herramienta para la realización de la actividad, y cómo se podría llevar a cabo. Esta imagen equivale a la primera fase de la actividad. En la segunda fase, los componentes del grupo intercambian las mandalas y llevan a cabo las actividades propuestas por el docente.

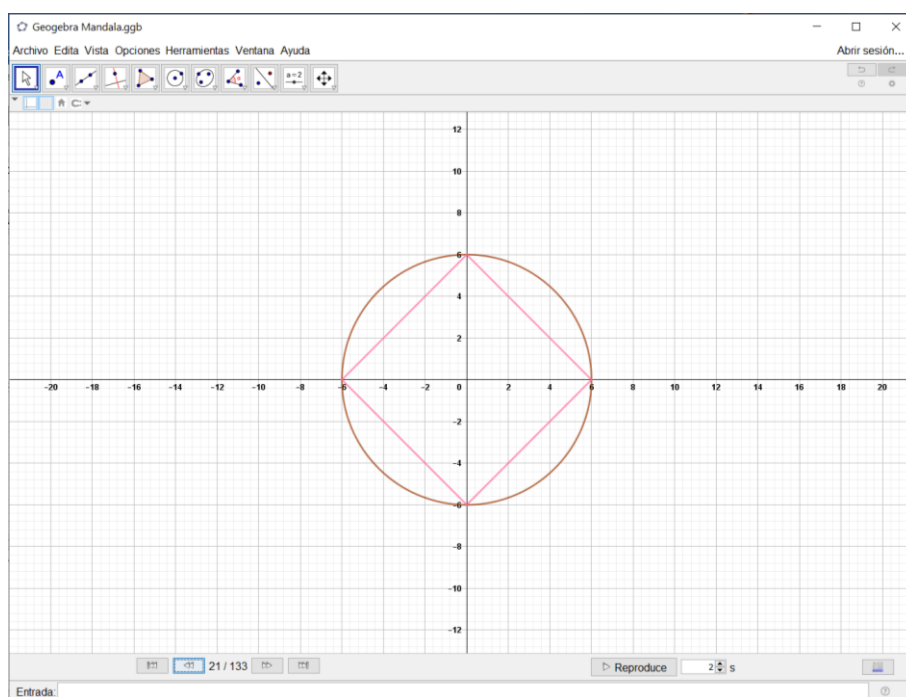


Figura 95. Captura de pantalla de la app GeoGebra (1/4) – Tarea Mandala

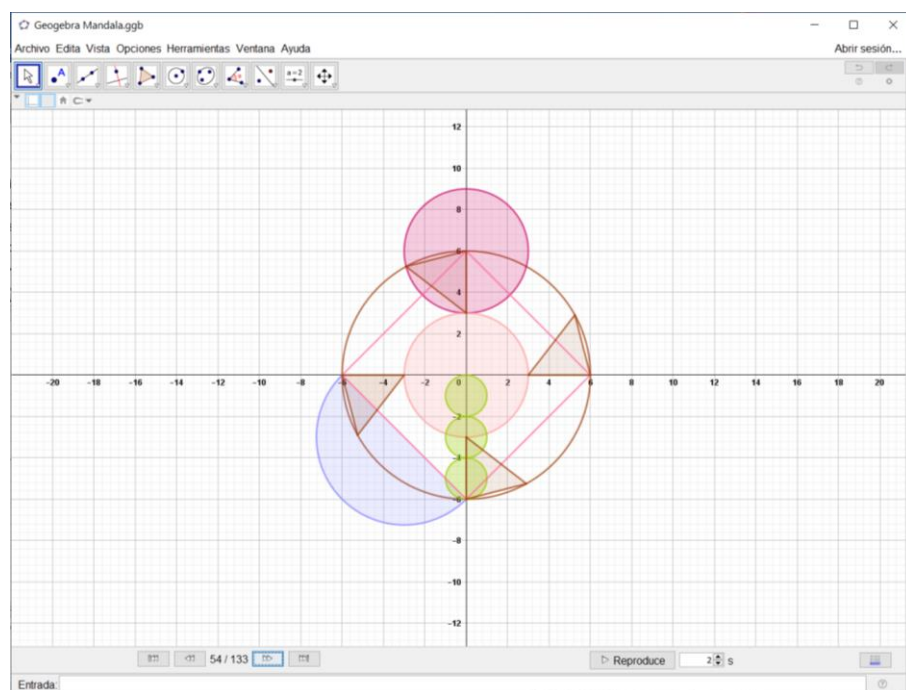


Figura 96. Captura de pantalla de la app GeoGebra (2/4) – Tarea Mandala

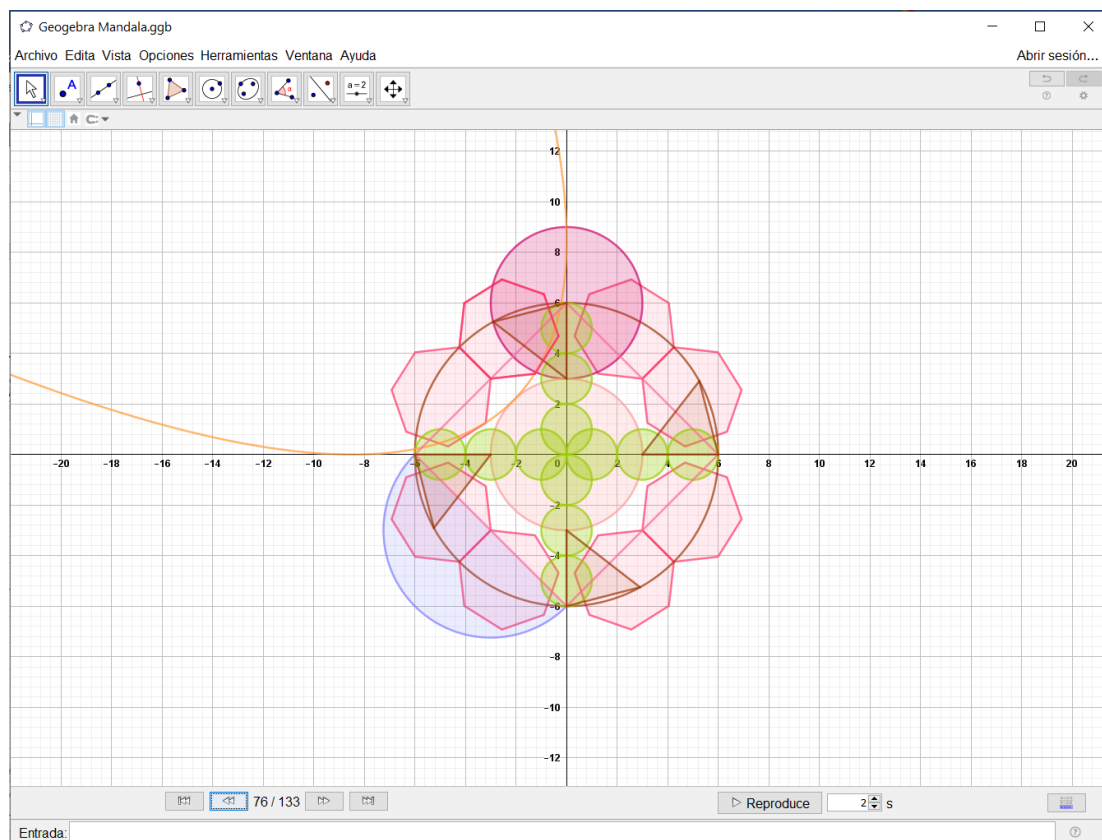


Figura 97. Captura de pantalla de la app GeoGebra (3/4) – Tarea Mandala

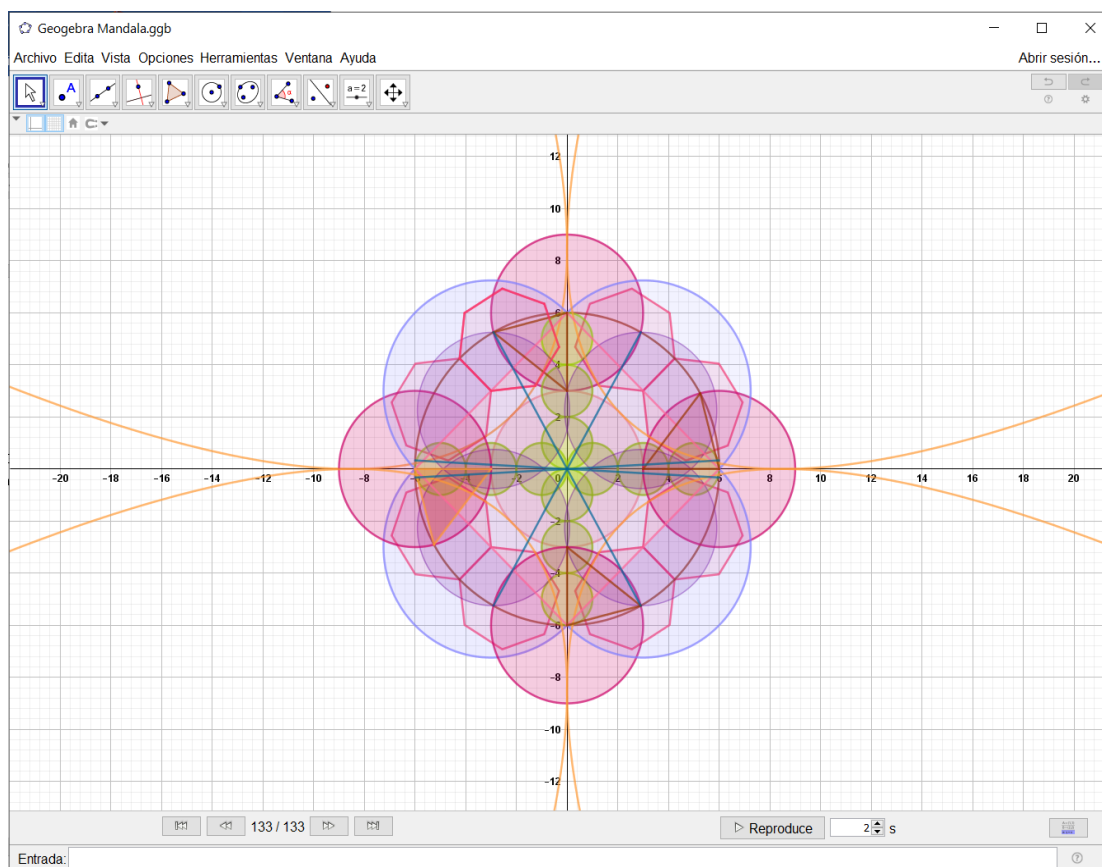


Figura 98. Captura de pantalla de la app GeoGebra (4/4) – Tarea Mandala

## ANEXO XXI: CONCURSO DE FOTOGRAFÍA

Las reglas están basadas en las de la UD original, pero con algunas pequeñas modificaciones:

**Tabla 24**

*Reglas del concurso de Fotografía*

Reglas del concurso
<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Las fotografías se adjuntarán al Portfolio digital, para poder ser posteriormente expuestas en clase.</li> <li>○ Se admitirán como máximo 3 fotografías de cada una de las figuras, con un máximo de 1 punto por cada figura encontrada en el contexto de la vida real.</li> <li>○ Las imágenes encontradas en el centro y las encontradas en la calle, contarán cada una con 1 punto. No se admiten fotografías encontradas en internet. Para demostrar que han sido tomadas por el alumnado, se precisa adjuntar información al pie de la foto de su ubicación.</li> <li>○ Se pide señalar aquellos elementos geométricos presentes en las fotografías. Por lo tanto, si la fotografía lleva señalada algún concepto propio de la figura geométrica, entonces, se sumará 0,25 puntos por cada concepto añadido en la fotografía. Debe de estar claramente señalado y ser fácilmente reconocible. (Tipos de ángulos, tipo de triángulo o cuadrilátero, radio, diámetro, apotema, etc.).</li> <li>○ Las fotografías presentadas borrosas o incompletas, serán penalizadas con 0,5 puntos a la puntuación final de la fotografía.</li> <li>○ Cada pareja, ha de elegir una fotografía para cada categoría del concurso: fotografía divertida, fotografía artística y fotografía con más elementos geométricos. Se llevará a cabo una votación a través del dispositivo móvil.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia

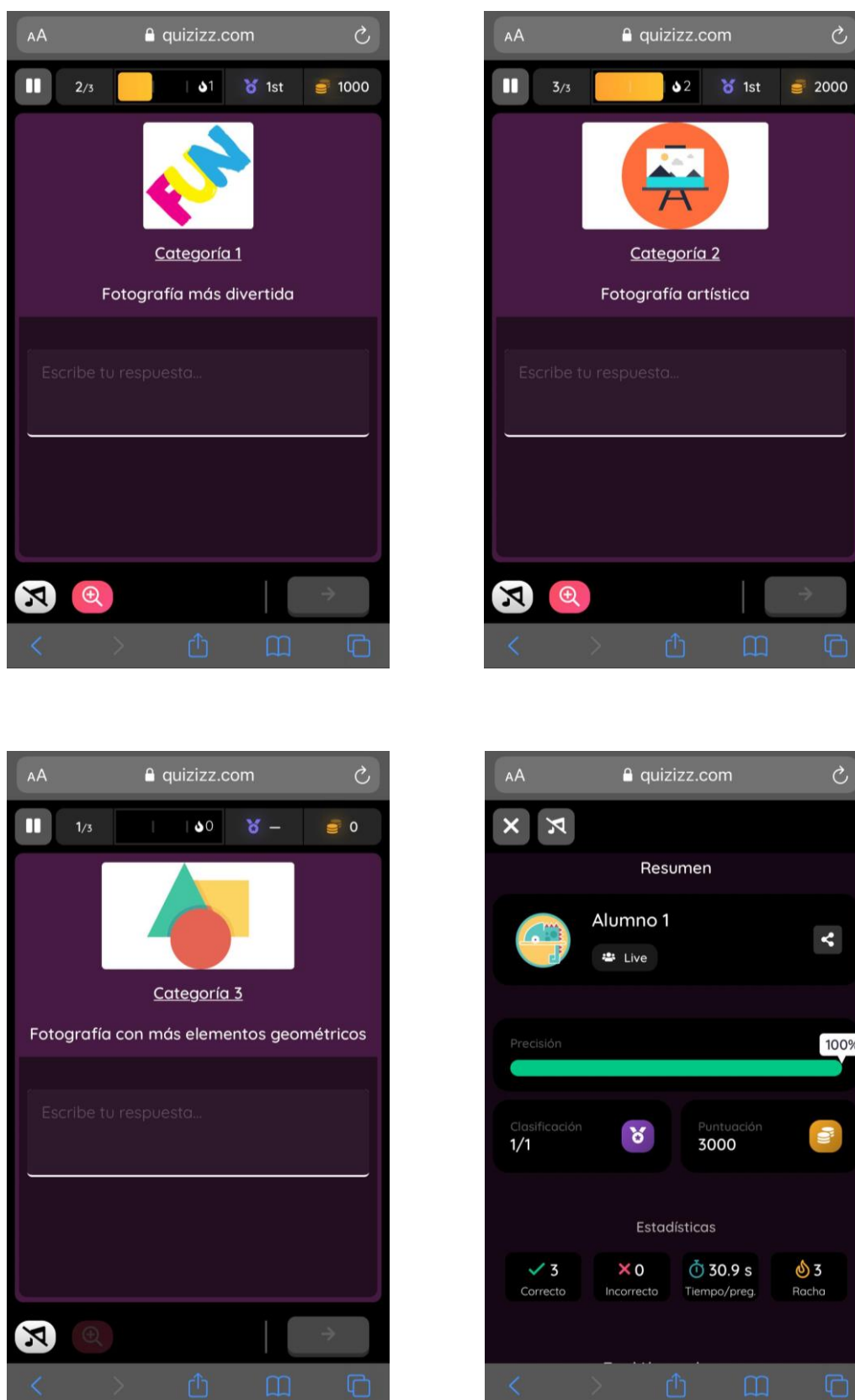


Figura 99. Capturas de pantalla del formulario de Quizizz para la votación del concurso

## ANEXO XXII: TEST Y RE-TEST

En estas dos pruebas, se pretende evidenciar la capacidad del alumnado de llevar a cabo la última fase del modelo del matrimonio Van Hiele, la *integración*. Para ello se ha diseñado una prueba como ejemplo del Test, titulada: “Seamos diseñadores”, que permitirá evaluar si el alumnado es capaz de aplicar lo aprendido en contextos de diferente naturaleza a los tratados anteriormente. La naturaleza del Re-test es la misma, pero con una temática distinta, dando la oportunidad al alumnado de enfrentarse como segunda vez de forma individual a la resolución de la prueba. Esto supone implementar que las pruebas individuales no se transformen en algo terminal y que no ayude en el proceso de evaluación y adquisición de conocimientos.

### *Primera parte. Introducción*

En la primera fase (5 minutos), el docente explicará cómo va a ser la prueba, y el tiempo del que disponen para resolverla. Como forma de inspirar y motivar a la realización de la prueba, se mostrarán en el proyector una serie de imágenes de camisetas con diseños geométricos, como se puede ver en la Figura 100.

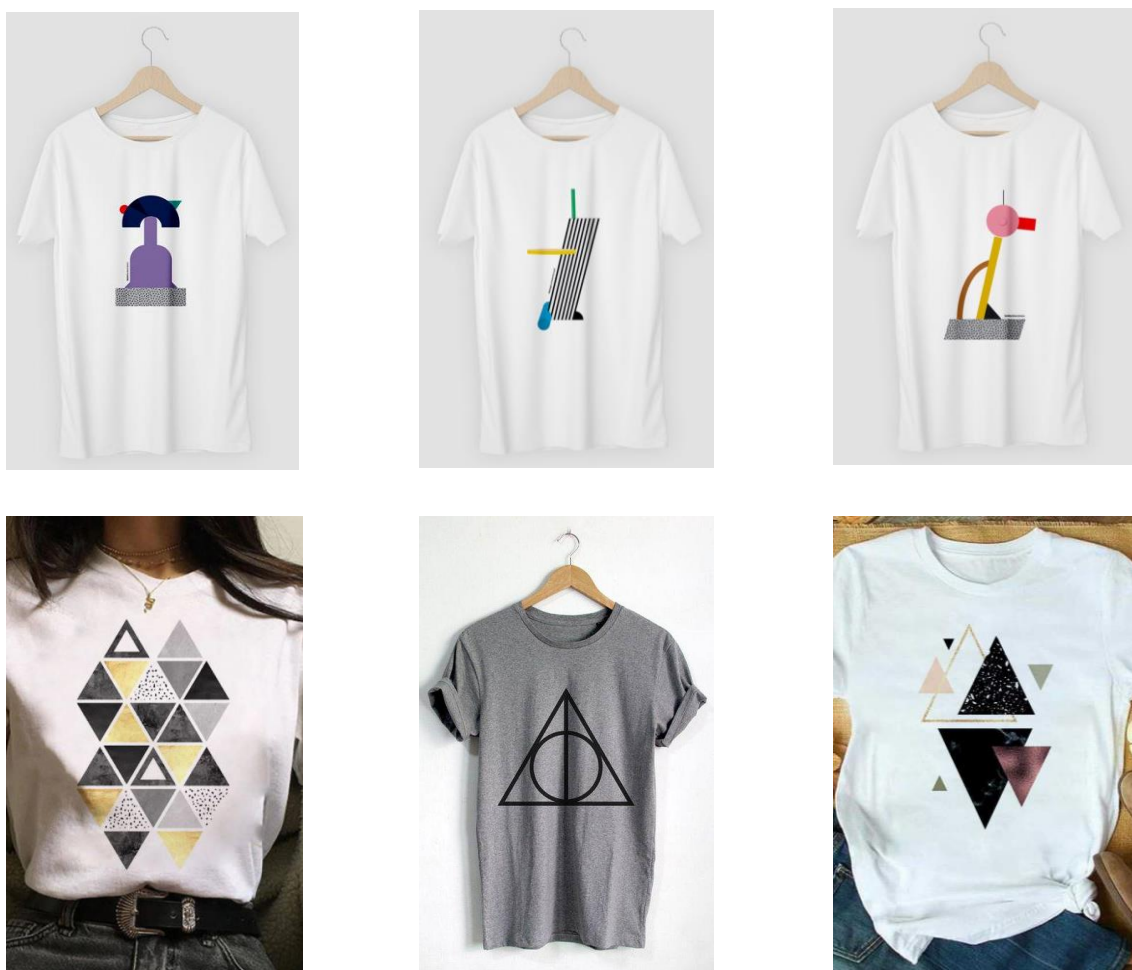


Figura 100. Ejemplos de diseños de camisetas con motivos geométricos



## Segunda parte. Fase de diseño

Así pues, en la segunda fase, se procede a realizar la prueba de forma individual. Para ello, el docente prepara previamente la interfaz de GeoGebra para que solo aparezcan las herramientas e iconos indispensables para realizar la actividad. Se dispone un recuadro de 10x20 unidades, cada una de las cuales representa un centímetro, con lo que quedaría finalmente una imagen de un tamaño adecuado para una camiseta (ver Figura 101). Como condiciones para la realización del diseño, se dispone lo siguiente:

- El diseño tendrá como máximo 10 figuras
- Mínimo incorporar 2 triángulos con diferentes tipologías y propiedades lineales y angulares
- Mínimo 3 cuadriláteros, de los cuales 1 debe ser cóncavo y 2 convexos. De estos 2 convexos se debe incorporar como mínimo un paralelogramo y un no paralelogramo
- 1 círculo o circunferencia

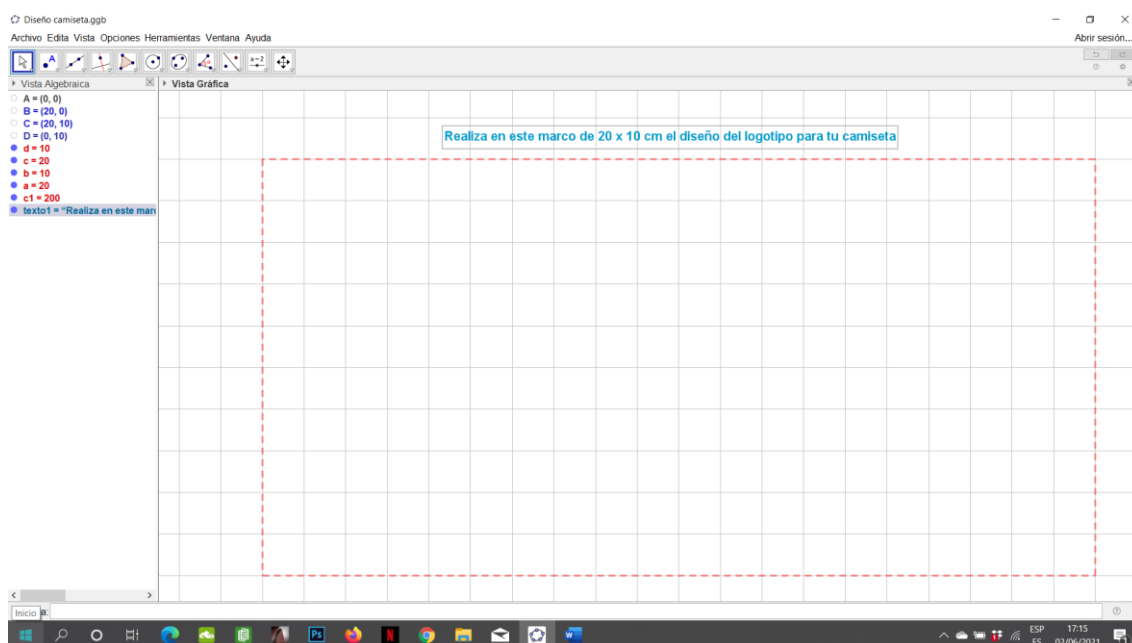


Figura 101. Espacio de trabajo preestablecido en GeoGebra

Una vez concluido la fase de diseño, que durará 25 minutos, el alumnado guardará y enviará el archivo al docente, con lo que el diseño ya no podrá ser modificado. A continuación, en la Figura 102 y en la Figura 103, se adjuntan dos ejemplos de posibles diseños a realizar por el alumnado con las condiciones establecidas en el enunciado. Las posibilidades son infinitas, y la imaginación y creatividad del grupo puede arrojar resultados muy variados.



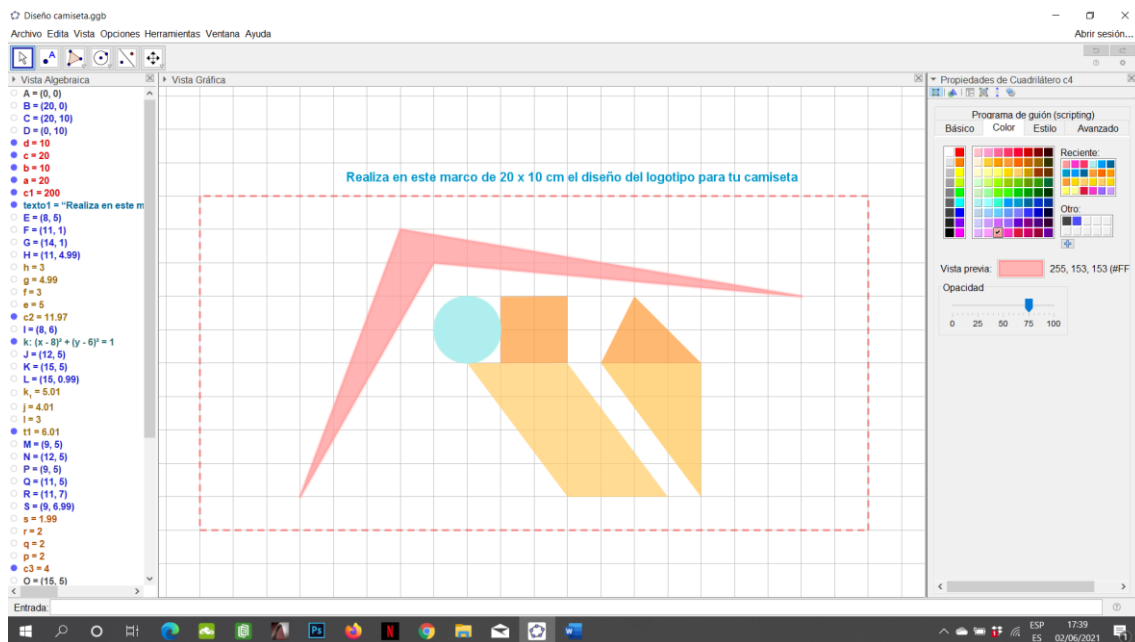


Figura 102. Ejemplo de un posible diseño a realizar por el alumnado (1/2)

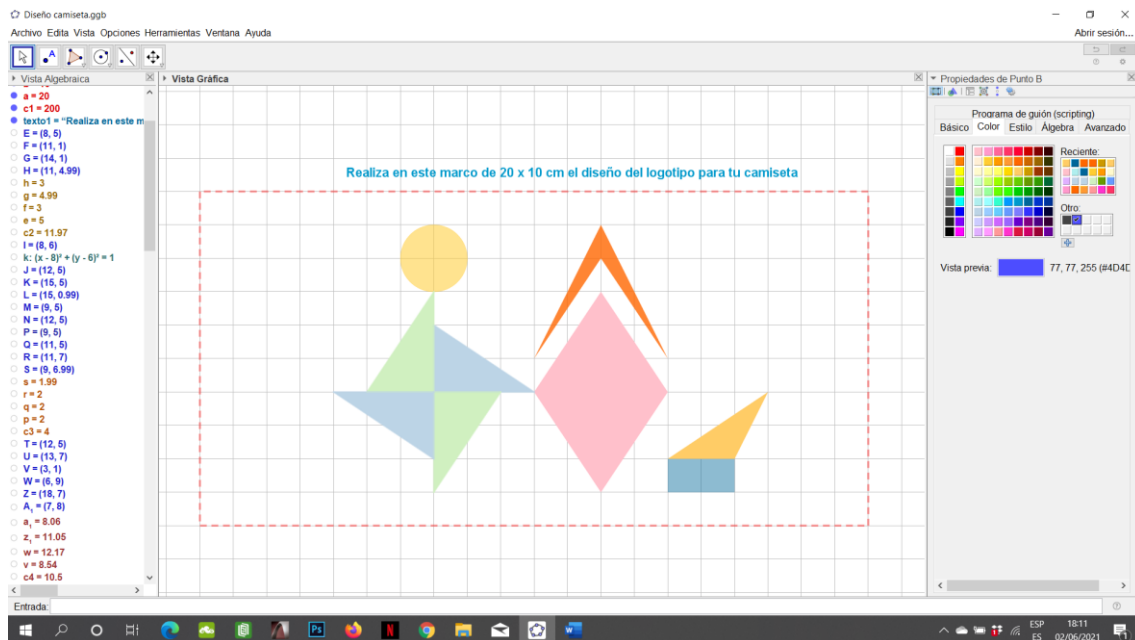


Figura 103. Ejemplo de un posible diseño a realizar por el alumnado (2/2)

*Tercera parte. Fase de cálculo*

Para esta tercera parte, el alumnado ha de calcular las áreas de los polígonos utilizados en el diseño para poder deducir el coste total final de la realización del logotipo. Para ello se facilitará la tabla de costes siguiente, a través de la cual deben obtener el precio final de la producción de la camiseta.

**Tabla 25**

*Tabla para el cálculo de costes de producción del logotipo diseñado*

Tipo de figura	Tamaño (área de la figura)	Precio
<b>Triángulos</b> (equiláteros, isósceles y obtusángulo)	< 5 cm <sup>2</sup>	0,75 €
	> 5 cm <sup>2</sup>	1,25 €
<b>Triángulos</b> (resto de triángulos)	< 8 cm <sup>2</sup>	1,10 €
	> 8 cm <sup>2</sup>	1,65 €
<b>Cuadriláteros convexos</b>	< 10 cm <sup>2</sup>	0,90 €
	> 10 cm <sup>2</sup>	1,70 €
<b>Cuadriláteros cóncavos</b>	Sin cálculo de superficie	2,25 €
<b>Círculos</b>	< 12 cm <sup>2</sup>	0,99 €
	> 12 cm <sup>2</sup>	1,99 €
<b>Polígonos regulares</b>	Sin cálculo de superficie	2,99 €

Fuente: Elaboración propia